

CALCULS

- On commence par les (), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.
- On fait les calculs dans l'ordre lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

→ Ex : $12 \times (10 - 2 \times 4) = 12 \times (10 - 8) = 12 \times 2 = 24$

- Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

→ Ex : donner votre réponse sous forme irréductible !

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{21} = \frac{35}{42} - \frac{16}{42} = \frac{19}{42}$$

POUSSIANCES

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 ; 7^1 = 7 ; 12^0 = 1 ; 10^5 = 100\,000$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

- Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.
- Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.
- Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

$$\rightarrow \frac{7 \times 10^3 \times 10^4}{5 \times 10^5} = 1,4 \times \frac{10^7}{10^5} = 1,4 \times 10^2$$



STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des élèves d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :

36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

- La fréquence de la pointure 39 est $\frac{3}{13} \approx 0,23$

- La moyenne de cette série est :

$$M = \frac{36 + 36 + \dots + 42}{13} = \frac{499}{13} \approx 38,4$$

- L'étendue de cette série est : $42 - 36 = 6$

- Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de même effectif, est la 7ème valeur soit 38. Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.

FONCTIONS

- nombre de départ
- x
- un antécédent
- abscisse



- nbre d'arrivée
- $f(x) : y$
- l'image
- ordonnée

- fonction affine $f : x \mapsto ax + b$

avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine**

- fonction linéaire $f : x \mapsto ax$
- ft constante $f : x \mapsto b$

→ Soit $f : x \mapsto 2x - 7$ ex : $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$

5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

CALCUL LITTÉRAL

Savoir calculer une valeur d'une expression :

$A = -3(2x + 4)$ Calculer A pour $x = -2$

$$A = -3 \times (2 \times (-2) + 4) = -3 \times (-4 + 4) = -3 \times 0 = 0$$

Savoir développer :

$$\begin{array}{l|l} 3x - 2(3x + 4) & (3x - 1)(-2x + 4) \\ 3x - 6x - 8 & -6x^2 + 12x + 2x - 4 \\ -3x - 8x & -6x^2 + 14x - 4 \end{array}$$

Résoudre une équation :

$$\begin{array}{l|l|l} \frac{x}{7} = \frac{30}{105} & 3x - 2 = 5x + 7 & (2x - 1)(3x - 2) = 0 \\ x = \frac{30 \times 7}{105} & 3x - 5x = 2 + 7 & \text{un produit est nul si l'un} \\ x = 2 & -2x = 9 & \text{des facteurs est nul :} \\ & x = -\frac{9}{2} & 2x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x - 2 = 0 \\ & & x = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{3} \end{array}$$

Savoir factoriser :

Avec un facteur commun : $4x^2 + 2x = x(4x + 2)$

Identité remarquable : $49 - x^2 = (7 - x)(7 + x)$

Attention : les données peuvent être sous forme de tableau : bien repérer les effectifs et les valeurs. Tenir compte des effectifs pour calculer l'effectif total, la moyenne et la médiane

ARITHMETIQUE

- 21 est divisible par 3 car $21 = 3 \times 7 + 0 \rightarrow$ reste = 0 !
- 21 n'est pas divisible par 4 car $21 = 4 \times 5 + 1$
- Un nombre est **premier** lorsqu'il est divisible par exactement 2 nombres : 1 et par lui-même. Exemples : 2, 3, 5, 7, 11... Cette liste est infinie.

- Pour décomposer 252 en facteurs premiers, on va déterminer ses diviseurs premiers dans l'ordre croissant

On obtient ainsi : $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

- Pour rendre irréductible $\frac{30}{252}$, on va décomposer

numérateur et dénominateur en produit de facteurs premiers !

$$\frac{30}{252} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5}{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 3 \times 7} = \frac{5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{42}$$

POURCENTAGE

→ **Savoir appliquer un pourcentage**

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone. signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !

$$\frac{75}{100} \times 24 = 18 \text{ Donc 18 élèves ont un téléphone.}$$

→ **Savoir augmenter ou diminuer**

Un bijou affiché 79 € est soldé à - 20 %

→ Montant de la remise : $0,2 \times 79 = 15,8$ €

→ Prix soldé : $79 - 15,8 = 63,2$ (ou $0,8 \times 79 = 63,2$)

→ **Savoir calculer un pourcentage**

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3^{ème}. signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3^{ème}.

$$\frac{126}{600} \times 100 = 21 \text{ Donc 21 \% des élèves sont en 3^{ème}.}$$

PROBABILITES

- $p = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$



Dans un jeu de 32 cartes :

$$p(\text{Roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad p(\text{As de coeur}) = \frac{1}{32}$$

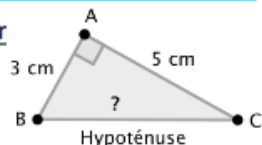
PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.

ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$



ATTENTION :

Si on veut calculer un côté de l'angle droit (un petit côté), on fait une soustraction !

RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

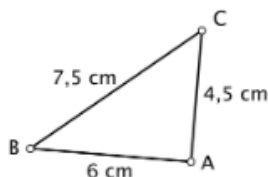
→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

$$\text{D'une part } BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$\text{D'autre part } AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



GRANDEURS

$$1 \text{ litre} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ 000 cm}^3 \quad \text{et} \quad 1 \text{ m}^3 = 1 \text{ 000 litres}$$

☑ Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$$V_{\text{piscine}} = 5 \times 4 \times 1,5 = 30 \text{ m}^3 = 30 \text{ 000 litres.}$$

☑ Un TGV parcourt 1600 km en 5 heures. Sa vitesse est

Distance en km	1 600	320
Temps en h	5	1

La vitesse est de : **320 km/h**

☑ Un robinet a un débit de $1,5 \text{ m}^3/\text{h}$ cela signifie que le robinet laisse couler $1,5 \text{ m}^3$ d'eau en 1 heure.

Le débit de ce robinet en L/min est de

$$1,5 \text{ m}^3 = 1 \text{ 500 L}$$

$$= 25 \text{ L/min.}$$

Volume en m^3	1 500	25
Temps en min	60	1

AIRES ET VOLUMES

$$A_{\text{Carré}} = \text{côté}^2$$

$$A_{\text{Rectangle}} = L \times l$$

$$A_{\text{Triangle}} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$A_{\text{Sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$$

$$V_{\text{Paré droit}} = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur}$$

$$V_{\text{Cube}} = c^3$$

$$V_{\text{Prisme}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur} \quad V_{\text{Cylindre}} = \pi \times r^2 \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} \quad V_{\text{Cône}} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{\text{Boule}} = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3

TRIGONOMETRIE

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{\text{côté opp à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos \hat{\alpha} = \frac{\text{côté adj à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \hat{\alpha} = \frac{\text{opp à } \hat{\alpha}}{\text{adj à } \hat{\alpha}}$$

→ Permet de calculer une longueur :

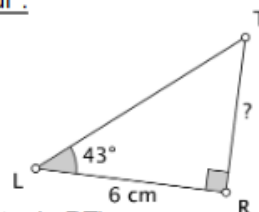
Dans le triangle rectangle RTL,

$$\text{on a } \tan \widehat{RLT} = \frac{RT}{RL}$$

$$\text{soit } \tan 43^\circ = \frac{RT}{6}$$

$$\text{d'où } RT = 6 \times \tan 43^\circ \text{ (valeur exacte de RT)}$$

$$\text{et } RT \approx 5,6 \text{ cm (valeur approchée au mm près)}$$

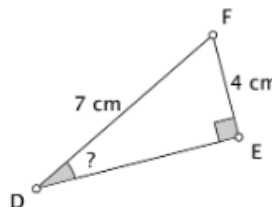


→ Permet de calculer un angle :

Dans le triangle rectangle EDF,

$$\text{on a } \sin \widehat{EDF} = \frac{EF}{DF} = \frac{4}{7}$$

$$\text{d'où } \widehat{EDF} \approx 35^\circ \text{ (à } 1^\circ \text{ près)}$$



On peut retenir :

SOH CAH TOA

PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur.

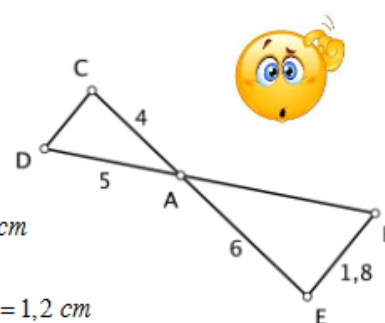
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont **parallèles**, donc d'après la propriété de Thalès,

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



RECIPROQUE DE LA PROP. DE THALES

→ Permet de prouver que deux droites sont parallèles.

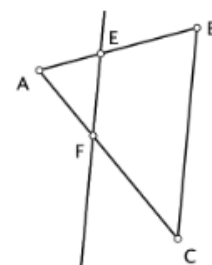
$$\text{D'une part } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{D'autre part } \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$$

$$\text{On constate que } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \text{ de}$$

plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **réciproque de la propriété de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.



Triangles semblables : Deux angles (trois angles) de même mesure

Si les triangles sont semblables : Les côtés sont proportionnels deux à deux

Pour prouver que deux triangles sont semblables :

- Deux angles de même mesure
- Leurs côtés sont proportionnels deux à deux (pensez à faire des calculs séparés comme pour la réciproque du théorème de Thalès)