BREVET BLANC

SESSION MAI 2013

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

SÉRIE COLLÈGE

DURÉE DE L'ÉPREUVE: 2 H 00

Le candidat répondra uniquement sur une copie. Le sujet ne sera pas ramassé.

Ce sujet comporte 8 exercices. Dès que ce sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

*Il sera tenu compte de la qualité de la **rédaction** et de la **présentation** (4 points).*

L'utilisation des calculatrices est autorisée.

ACADÉMIE DE POITIERS: Collège de Matha

<u>Exercice 1 :</u> *(3 points)*

1) Résoudre le système : $\begin{cases} x+2y=90 \\ 3x+y=195 \end{cases}$

On peut exprimer x en fonction de y à partir de la 1ère équation: $x=90-2y$

On obtient alors:

$$3\times(90-2y)+y=195$$

$$270 - 6y + y = 195$$

$$-5y = 195 - 270$$

$$-5y = -75$$

$$y = \frac{-75}{-5}$$

$$y = 15$$

on peut alors en déduire x: $x = 90 - 2\times15 = 60$

le couple solution est donc (60; 15)

2) Chez Michel, les tubes néons sont tous identiques et les ampoules basse consommation sont toutes les mêmes.

Dans la salle de bain, un tube néon et deux ampoules basse consommation consomment 90 watts

Dans la cuisine, trois tubes néons et une ampoule basse consommation consomment 195 watts.

Quelle est la consommation en watts d'un tube néon ? D'une ampoule basse consommation ?

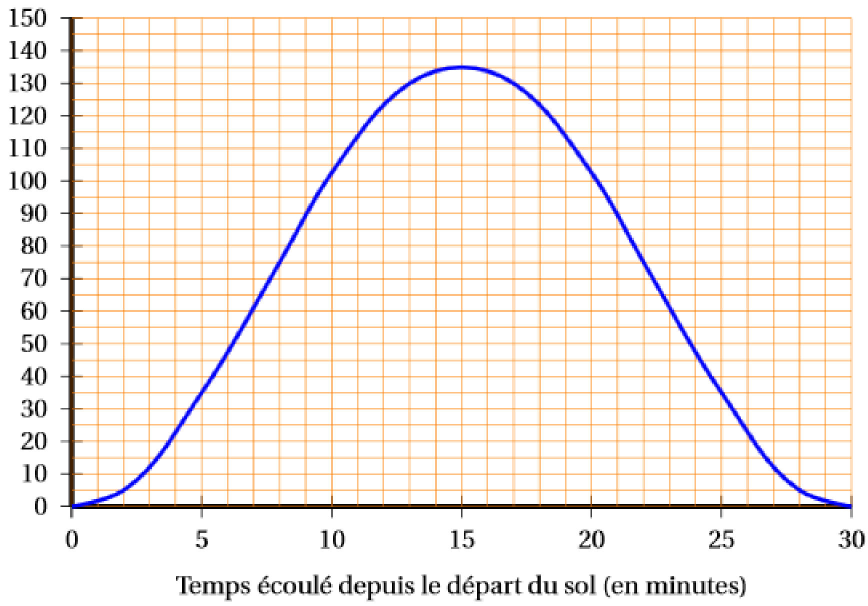
On appelle x la consommation en watts d'un tube néon et y la consommation d'une ampoule basse consommation; A partir de l'énoncé, on doit alors résoudre le système: $\begin{cases} x+2y=90 \\ 3x+y=195 \end{cases}$ ce qui a été fait dans la question précédente.

Un tube néon a donc une consommation de 60Watts et une ampoule basse consommation a une consommation de 15 watts.

<u>Exercice 2 :</u> *(3 points)*

Le graphique ci-dessous représente la hauteur, par rapport au sol, à laquelle se trouve la cabine d'une grande roue en fonction du temps écoulé depuis que cette cabine a quitté le sol.

La hauteur est mesurée en mètres et le temps est mesuré en minutes.



a. Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après son départ du sol. *Aucune justification n'est attendue*.

Après 5 minutes, la cabine se trouve à 35 m du sol.

b. Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine dix minutes après son départ du sol. *Aucune justification n'est attendue.*

Après 10 minutes, la cabine se trouve à environ 102m du sol.

c. Au cours des quinze premières minutes de la montée, la hauteur à laquelle se trouve la cabine est-elle proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol?
La hauteur à laquelle se trouve la cabine n'est pas proportionnelle au temps écoulé car la représentation graphique n'est pas une droite passant par l'origine.
d. Donner une estimation de la durée pendant laquelle la cabine sera à plus de 100 m de hauteur par rapport au sol pendant un tour. *Aucune justification n'est attendue.*
Pendant un peu plus de 10 minutes, la cabine est à plus de 100m de hauteur.

Exercice 3: *(5 points)*
La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :
$g(x)=5x^2+x-7$ et $h(x)=2x-7$.
Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	g(*x*) = 5x² + x -7	11	-3	-7	-1	15
3	h(*x*) = 2*x* – 7	-11	-9	-7	-5	-3

1. Donner un nombre qui a pour image −1 par la fonction g.
Le nombre 1 a pour image -1 par la fonction g.
2. Vérifier par le calcul que :g(−2) =11.
$g(-2) = 5\times(-2)^2 + (-2) -7 = 5\times4 -2 -7 = 20 - 9 = 11$
3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3?
Dans la case B3 Camille doit écrire = 2* B1 - 7
4. a. Déduire du tableau une solution de l'équation $5x^2+x-7=2x-7$.
g(x) = h(x) pour x = 0 (on trouve -7 dans les 2 cas.)
b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ?
On doit résoudre l'équation $5x^2+x-7=2x-7$ donc $5x^2 +x -2x =7-7$ (en regroupant les parties littérales)
$5x^2 - x = 0$ ce qui donne en factorisant: $x(5x-1)=0$
Or un produit est nul si un des ses facteurs est nul
donc soit x = 0 soit 5x – 1 = 0
ce qui donne 5x = 1
$x = \frac{1}{5}$
Donc $\frac{1}{5}$ est une 2ème solution possible

Exercice 4 *(6 points)*
Sur le schéma ci-dessous, la terrasse est représentée par le segment [DN] elle est horizontale et mesure 4 mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20 m. Pour cela, il a fallu construire un mur vertical représenté par le segment [NP].

1. Quelle est la hauteur du mur? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.

Le triangle DNP est rectangle en N donc on peut utiliser le théorème de Pythagore.
$DP^2 = DN^2 + NP^2$ donc $4{,}2^2 = 4^2 + NP^2$
$17{,}64 = 16 + NP^2$
$NP^2 = 17{,}64 - 16 = 1{,}64$
donc $NP = \sqrt{1{,}64}$ d'où $NP \simeq 1{,}28$ m

2. Calculer l'angle $\widehat{NDP}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. (Donner l'arrondi au degré près).

$\cos \widehat{NDP} = \frac{DN}{DP} = \frac{4}{4{,}2}$ d'où $\widehat{NDP} \simeq 18°$

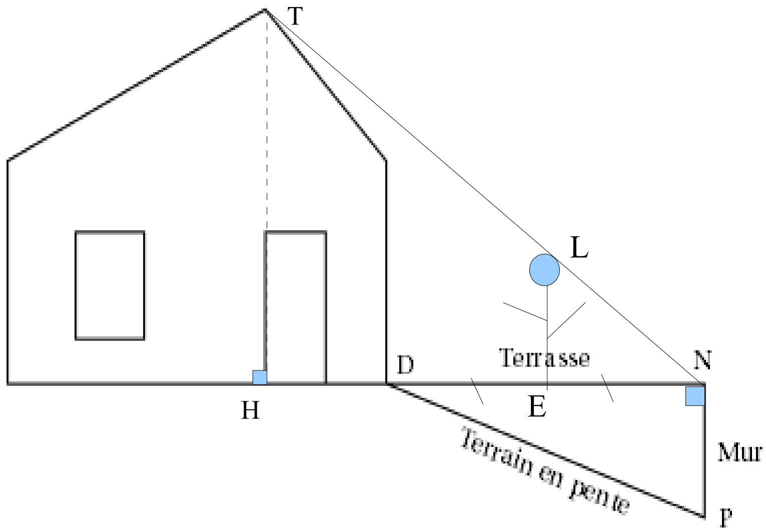
3. Léa, qui mesure 1m60, a remarqué que, quand elle se tient debout au milieu de la terrasse, l'ombre du toit de la maison coïncide avec sa propre ombre en N.
Sachant qu'elle se trouve à 3,20m du point H, calculer la hauteur de la maison.
(*Dans cette question toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation)*

Si Léa se tient debout alors les droites (LE) et (TH) du dessin ci-dessous sont parallèles
$L \in (NT)$ et $E \in (NH)$
on peut alors utiliser le théorème de Thalès.

$\frac{NE}{NH} = \frac{EL}{TH} = \frac{NL}{NT}$ comme Léa est au milieu de la terrasse NH = NE + EH = 5,2m

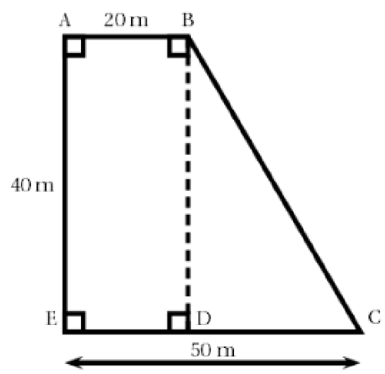
d'où $\frac{1,6}{TH} = \frac{2}{5,2}$ et en utilisant l'égalité des produits en croix on obtient alors: $TH = \frac{5,2 \times 1,6}{2} = 4,16$

Donc la maison a une hauteur de 4,16m.



Exercice 5: *(4,5 points)*

Pierre vient d'acheter un terrain dont on peut assimiler la forme à la figure ci-contre : Il souhaite mettre du gazon sur tout le terrain. Pour cela il veut acheter un produit qui se présente en sac de 15 kg où il est écrit « 1 kg pour 35m²».



1. Combien de sacs de gazon devra-t-il acheter?

On va d'abord calculer la surface du terrain:

Aire de ABCE = aire de ABDE+ Aire de BCD

$= 20 \times 40 + 30 \times 40 : 2$

$= 800 + 600$

$= 1\,400$ m²

1400 :35 = 40

Il faut donc 40kg de gazon

40: 15 $\simeq$ 2,7

Pierre a donc besoin de 3 sacs de gazon.

2. De plus, il voudrait grillager le contour de son terrain. Il dispose de 150 m de grillage, est-ce suffisant? Justifier.

Périmètre de ABCE = AB + BC + CE + EA

Toutes les longueurs sont connues sauf BC que l'on doit calculer:

Dans le triangle BCD rectangle en D on a, d'après le théorème de Pythagore:

$BC^2 = DB^2 + DC^2$

d'où $BC^2 = 40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500$

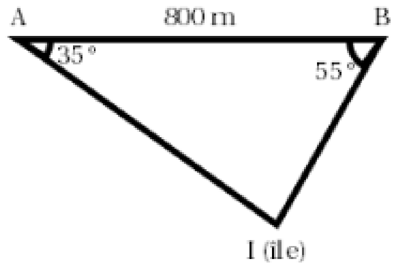
donc BC = 50m

On a alors

Périmètre de ABCE = 40 + 50 + 20 + 50 = 160m

Les 150m de grillage ne suffiront donc pas.

Exercice 6: *(3 points)*
Deux bateaux sont au large d'une île et souhaitent la rejoindre pour y passer la nuit. On peut schématiser leurs positions A et B comme indiquées ci-contre. Ils constatent qu'ils sont séparés de 800 m, et chacun voit l'île sous un angle différent. Déterminer, au m près, la distance qui sépare le bateau A de l'île.



$\widehat{ABI} + \widehat{BAI} = 35° + 55° = 90°$ or, comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180°, $\widehat{AIB} = 180° - 90° = 90°$ et donc ABI est rectangle en I.

donc $\cos \widehat{BAI} = \dfrac{AI}{AB}$ d'où $\cos 35° = \dfrac{AI}{800}$ et donc $AI = 800 \times \cos 35° \simeq 655$m.

Le bateau est donc à environ 655m de l'île.

Exercice 7 L'inscription des élèves *(2,5 points)*
Dans un collège de Caen (Normandie) est organisé un échange avec le Mexique pour les élèves de 3ème qui étudient l'espagnol en seconde langue.
Le tableau ci-dessous permet de déterminer la répartition de la seconde langue étudiée par les 320 élèves de 4ème et de 3ème de ce collège.

Seconde langue étudiée	4^e	3^e	Total
Espagnol	84	78	162
Allemand	22	24	46
Italien	62	50	112
Total	168	152	320

1.Combien d'élèves peuvent être concernés par cet échange?
D'après le tableau précédent, 78 élèves sont concernés par cet échange.
2. 24 élèves vont participer à ce voyage. Est-il vrai que cela représente plus de 12% des élèves de 3ème ? Justifier.
$\dfrac{24}{152} \simeq$ 15,8% donc cela représente bien plus de 12% des élèves de 3ème.

Exercice 8 : ***Le financement*** *(4,5 points)*
Afin de financer le voyage de l'exercice 7, deux actions sont mises en œuvre : un repas mexicain et une tombola.

1.Le repas mexicain, où chaque participant paye 15€.
Au menu, on trouve un plat typique du Mexique, le Chili con carne.
Recette pour 4 personnes
50 g de beurre
500 g de bœuf haché
2 gros oignons
65 g de concentré de tomate
2 gousses d'ail
30 cl de bouillon de bœuf
400 g de haricots rouges

50 personnes participent à ce repas.
a. Donner la quantité de bœuf haché, de haricots rouges, d'oignons et de concentré de tomate nécessaire.
Pour 50 personnes il faut donc multiplier les quantités de chaque ingrédient par 50/4 soit 12,5.
Cela donne 6,25kg de viande ; 812,5g de concentré de tomate ; 25 oignons et 5kg de haricots rouges.

b. Les dépenses pour ce repas sont de 261€, quel est le bénéfice?
$15 \times 50 = 750$ donc les repas rapportent 750€
$750 - 261 = 489$
Le bénéfice des repas est donc de 489€

2. La tombola, où 720 tickets sont vendus au prix de 2€.
Les lots sont fournis gratuitement par trois magasins qui ont accepté de sponsoriser le projet.
Il y a trois lots à gagner : un lecteur DVD portable, 6 machines à pain et 17 lecteurs MP3
Un élève achète 1 ticket.
a. Quelle probabilité a-t-il de gagner l'un des lots?
Il a 1 chance sur 30 de gagner car $\frac{24}{720} = \frac{1}{30}$
b. Quelle probabilité a-t-il de gagner la mini-chaîne Hifi?
La probabilité de gagner un lecteur MP3 est de $\frac{17}{720}$.

Exercice 9 : Le voyage *(4,5 points)*

Le voyage au Mexique expliqué dans l'exercice7, se décompose en deux parties : le trajet Caen-Paris (260km) se fait en bus puis le trajet Paris-Mexico (9079 km) en avion.
1. Le prix d'un billet d'avion aller-retour coûte 770,30€ par personne.
Le montant de 1929€ récolté par le repas mexicain et la tombola, permet de réduire équitablement ce prix pour les 24 élèves participants.
Quelle est la participation demandée par élève pour les billets d'avion? (arrondir à l'unité)
Le montant total à payer pour l'avion est : $770{,}30 \times 24 = 18\,487{,}20$€
$18\,487{,}20 - 1929 = 16\,558{,}20$€ est le montant à payer déduction faite des bénéfices obtenus
$16\,558{,}20 : 24 \simeq 690$€
Donc chaque élève devra payer 690€ pour le déplacement en avion.

2. Le décollage se fait à 13 h 30. Cependant, les élèves et les accompagnateurs doivent être impérativement à l'aéroport de Paris-Roissy à 11 h 30.
On estime la vitesse moyenne du bus à 80 km/h. Jusqu'à quelle heure peut-il partir de Caen?

80	260
60	???

$260 \times 60 : 80 = 195$
$192\text{min} = 3 \times 60 + 15 = 3\text{h et } 15\text{min}$
$11\text{h}30 - 3\text{h}15 = 8\text{h}15\text{min}$
Le bus ne doit donc pas partir après 8h et 15minutes.

3. L'avion arrive à Mexico à 17 h 24 heure locale. Il faut compter 7 heures de décalage avec la France.
a. Quelle est la durée du trajet?
17h24+7h = 24h24 Ils arrivent à 24h24 heure française.
24h24 – 13h30 = 10h54
Le trajet dure donc 10h54.
b. Quelle est la vitesse moyenne de l'avion? (arrondir à l'unité).
$10\text{h}54 = 10 \times 60 + 54 = 654$ minutes

9079km	???
654min	60min

$(9\,079 \times 60) : 654 \simeq 833$
L'avion a donc une vitesse moyenne de 833km/h environ.