CORRECTION BREVET BLANC 2015

Exercice n°1

Dans cet exercice, tout début d'explication et de démarche sera pris en compte.

Voici les distances (en km) qui séparent le soleil de trois planètes du système solaire :

Vénus : 105×10^{6}

Mars : 2250×10^{5}

Terre : $1,5\times10^{8}$

Parmi ces trois planètes, laquelle est la plus éloignée du soleil ? Justifier.

Pour comparer les distances on peut les écrire en notation scientifique :

Vénus : $105\times10^{6} = 1,05\times10^{8}$

Mars : $2250\times10^{5} = 2,25\times10^{8}$

Terre : $1,5\times10^{8}$

Or $1,05\times10^{8} < 1,5\times10^{8} < 2,25\times10^{8}$

Donc la planète la plus éloignée de la terre est Mars.

Exercice n°2

Lors d'un marathon, Guillaume utilise sa montre-chronomètre. Après un kilomètre de course, elle lui indique qu'il court depuis quatre minutes et trente secondes.
La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km.

Si Guillaume garde cette allure tout au long de sa course, mettra-t-il moins de 3 h 30 min pour effectuer le marathon ? Justifier la réponse.

4 min 30s= 4,5 min = 270 s
Guillaume a parcouru 1 km en 270 s, donc pour parcourir 42,195 km il lui faut :

$270\times42,195$ =11 392,65 s

or 3h30 = $3\times3600+30\times60$ = 10800 +1800 = 12600 s

Guillaume mettra donc moins de 3h 30 pour courir ce marathon s'il conserve la même allure.

Exercice n°3

Pour chacune des questions suivantes, écris sur ta copie (sans justification) le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
n°1	$\dfrac{15-9\times10^{-3}}{5\times10^{2}}=$	14,82	$29{,}982\times10^{-3}$	$1{,}2\times10^{-5}$
n°2	Combien de temps faut-il pour parcourir 800m à la vitesse moyenne de 40km/h ?	1min 12s	1min 20s	1min 2s
n°3	Quelle est l'expression factorisée de $25x^2-16$?	$(5x-4)^2$	$(5x-8)(5x+8)$	$(5x+4)(5x-4)$
n°4	La forme développée de $(3x-7)^2$ est :	$3x^2-42x+49$	$9x^2-49$	$9x^2-42x+49$

Question n°1 : réponse **B** $\dfrac{15-9\times10^{-3}}{5\times10^{2}} = 29{,}982\times10^{-3}$

Question n°2 : réponse **A** . Pour parcourir 800 m à la vitesse moyenne de 40km /h il faut 1min 12s.

Question n°3:réponse **C** $25x^2-16 = (5x+4)(5x-4)$

Question n°4 réponse **C** $(3x-7)^2 = 9x^2 - 42x + 49$

Exercice n°4

Dans un jeu de société, les jetons sont des supports de format carré, de mêmes couleurs, sur lesquels une lettre de l'alphabet est inscrite. Le revers n'est pas identifiable.
Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons du jeu pour chacune des voyelles :

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

On choisit au hasard une lettre de ce jeu.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

1°)Il y a 8 lettres I dans le jeu de 100 jetons donc la probabilité d'obtenir I est égale à $\dfrac{8}{100}$ =0,08.

2°)Il y a 45 lettres voyelles dans le jeu (9+15+8+6+6+1=45) de 100 jetons donc la probabilité d'obtenir une voyelle est égale à $\dfrac{45}{100}$ = 0,45.

3°)Il y a 55 consonnes dans le jeu (100-45=55) de 100 jetons donc la probabilité d'obtenir une consonne est égale à $\dfrac{55}{100}$ =0,55.

Exercice n°5

Léa a besoin de nouveaux cahiers. Pour les acheter au meilleur prix, elle étudie les offres promotionnelles de trois magasins. Dans ces trois magasins, le modèle de cahier dont elle a besoin a le même prix avant promotion.

Magasin A	Magasin B	Magasin C
Cahier à l'unité ou lot de 3 cahiers pour le prix de 2.	Pour un cahier acheté, le deuxième à moitié prix.	30 % de réduction sur chaque cahier acheté.

1. Expliquer pourquoi le magasin C est plus intéressant si elle n'achète qu'un cahier.
2. Quel magasin doit-elle choisir si elle veut acheter :
   a. deux cahiers ?
   b. trois cahiers ?
3. La carte de fidélité du magasin C permet d'obtenir 10 % de réduction sur le ticket de caisse, y compris sur les articles ayant déjà bénéficié d'une première réduction. Léa possède cette carte de fidélité, elle l'utilise pour acheter un cahier. Quel pourcentage de réduction totale va-t-elle obtenir ?

1°) Dans les trois magasins, le prix d'un cahier est le même avant promotion et les deux premiers magasins ne proposent aucune réduction sur le premier cahier acheté alors que le magasin C propose 30%. C'est donc le magasin C le plus intéressant pour un cahier.

2°) a) Appelons x € le prix d'un cahier avant toute réduction.

Dans le <u>premier magasin</u>, le prix de 2 cahiers est de $2x$ €.

Dans le <u>deuxième magasin</u>, le prix de 2 cahiers est de $1{,}5x$ € car :

- le premier cahier vaut x €.
- Le deuxième cahier vaut $(1-\frac{50}{100})\times x = 0{,}5x$ €
- Soit un total de $x+0{,}5x = 1{,}5x$ €

Dans le <u>troisième magasin</u>, le prix de 2 cahiers est de $1{,}4x$ € car :

$$2\times(1-\frac{30}{100})\times x = 2\times 0{,}7\times x = 1{,}4x$$

Pour deux cahiers, le magasin le plus intéressant est le magasin C.

b) Appelons x € le prix d'un cahier avant toute réduction.

Dans le <u>premier magasin</u>, le prix de 3 cahiers est de $2x$ €, le 3ème cahier étant gratuit.

Dans le <u>deuxième magasin</u>, le prix de 3 cahiers est $2{,}5x$ € car :

- le premier cahier vaut x €.
- Le deuxième cahier vaut $(1-\frac{50}{100})\times x = 0{,}5x$ €
- Le troisième cahier vaut x €.

- Soit un total de $x+0{,}5x+x=2{,}5x$ €

Dans le <u>troisième magasin</u>, le prix de 3 cahiers est $2{,}1x$ € car :

$$3\times(1-\frac{30}{100})\times x=3\times0{,}7\times x=2{,}1x$$

Pour trois cahiers, le magasin le plus intéressant est le A.

3°) Avec une remise supplémentaire de 10% en plus des 30% sur le prix de départ, le nouveau prix du cahier dans le magasin C sera obtenu en multipliant le prix de départ par:

$$\left(1-\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{30}{100}\right)=0{,}9\times0{,}7=0{,}63 \quad \text{avec } 0{,}63=1-\frac{37}{100}$$

Léa va donc obtenir une réduction de 37%.

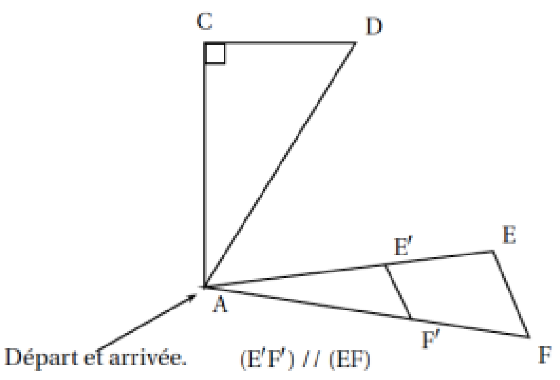
Exercice n°6

Une commune souhaite aménager des parcours de santé sur son territoire. On fait deux propositions au conseil municipal, schématisées ci-dessous:

- le parcours ACDA
- le parcours AEFA

Ils souhaitent faire un parcours dont la longueur s'approche le plus possible de 4 km. Peux-tu les aider à choisir le parcours? Justifier.

Attention : La figure proposée au conseil municipal n'est pas à l'échelle, mais les codages et les dimensions données sont correctes.



AC = 1,4 km
CD = 1,05 km
AE′ = 0,5 km
AE = 1,3 km
AF = 1,6 km
E′F′ = 0,4 km

L'angle $\widehat{A}$ dans le triangle AEF vaut 30°

Etude du parcours ACDA :

Afin de déterminer le périmètre de ACDA, je dois déterminer la longueur [AD].

ACDA est un triangle rectangle, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AD^2 = CD^2 + CA^2$$
$$AD^2 = 1{,}05^2 + 1{,}4^2$$
$$AD^2 = 1{,}1025 + 1{,}96$$
$$AD^2 = 3{,}0625$$
$$AD = \sqrt{3{,}0625}$$
$$AD = 1{,}75$$

Le segment [AD] a une longueur de 1,75 km.

J'en déduis le périmètre du parcours ACDA : 1,05 + 1,4 + 1,75 = 4,2

Le parcours ACDA mesure 4,2 km.

Etude du parcours AEFA :

Afin de déterminer le périmètre de ACDA, je dois déterminer la longueur [EF].

Les triangles AE'F' et AEF sont tels que :

(EE') et (FF') sont sécantes en A;

(EF) est parallèles à (E'F').

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AE'}{AE} = \frac{AF'}{AF} = \frac{E'F'}{EF}$

Je remplace les longueurs connues par leur valeurs.

$$\frac{0{,}5}{1{,}3} = \frac{AF'}{1{,}6} = \frac{0{,}4}{EF}$$

J'utilise l'égalité entre le 1er et le 3ème quotient.

$$\frac{0{,}5}{1{,}3} = \frac{0{,}4}{EF}$$

$$EF = \frac{1,3 \times 0,4}{0,5} = 1,04$$

Le segment [EF] a une longueur de 1,04 km.

J'en déduis le périmètre du parcours AEFA : 1,3 + 1,04 + 1,6 = 3,94

Le parcours AEFA mesure 3,94 km.

3,94 est plus proche de 4 que 4,2. Le Conseil Municipal doit choisir le parcours AEFA.

NB. La donnée de l'angle $\hat{A}$ ne servait à rien et était un piège pour ceux qui s'empressent à utiliser la trigonométrie dès qu'il voit un angle. Une condition est obligatoire pour pouvoir utiliser la trigonométrie, le triangle doit être rectangle.

Exercice n°7

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction f et par une autre fonction g.
Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

B2 | $f(x)$ Σ = | =4*B1+5

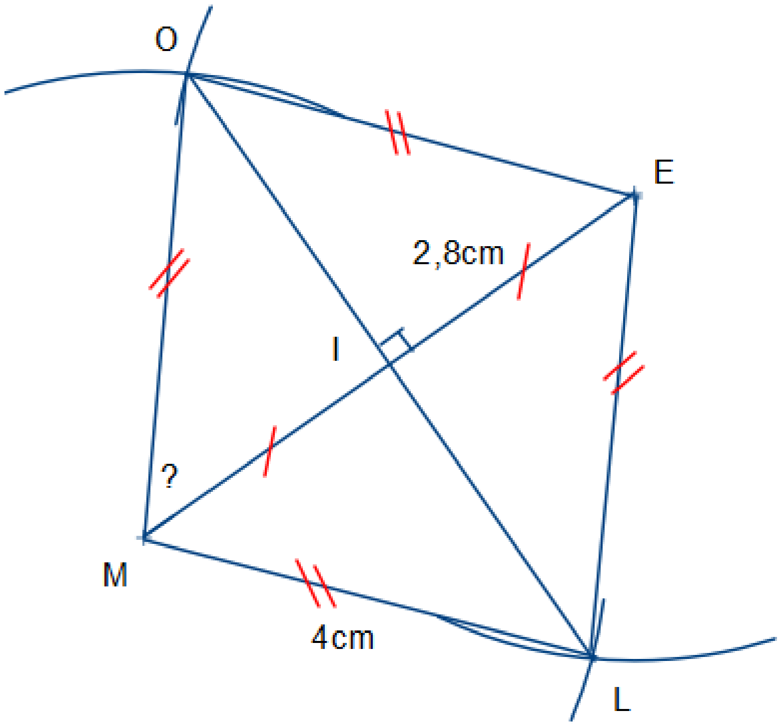
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	f(x)	-3	5	13	21	29
3	g(x)	-9	-7	3	21	47

1. Quelle est l'image de −2 par f ?
2. Donner l'expression de f(x). Comment s'appelle une telle fonction ?
3. Calculer f(7).
4. On sait que $g(x)=x^2-3x+7$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules de C3 à H3. Quelle est cette formule?
5. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation : $4x+5=x^2-3x+7$
6. Quelle est cette solution ?

1. Dans le tableau on lit que l'image de -2 par f est -3 (cellule B2)
2. Dans le tableau , pour la cellule B2 correspondant à la fonction f, on lit la formule **=4*B1 + 5** donc on a : f(x)=4x+5
3. f(7)= $4\times7+5 = 28+5 = 33$
4. La formule saisie dans la cellule B3 pour la fonction g telle que $g(x)=x^2-3x+7$ est **=B1^2 - 3*B1+7**

5. et 6. Dans le tableau on remarque le même nombre dans les cellules E2 et E3 correspondants respectivement aux fonctions f et g. L'antécédent de ce nombre par les fonction f et g est 4 (cellule E1) donc le nombre 4 est une solution de l'équation $4x+5=x^2-3x+7$

Exercice n°8



2°)Pour savoir si OELM est un carré , on étudie la nature du triangle MEL :

Le plus grand côté de ce triangle est ME .

$ME^2=5,6^2=31,36$ $ML^2 + EL^2=4^2+4^2=16+16=32$

donc ME^2 $ME^2 \neq ML^2 + EL^2$
donc d'après le théorème de Pythagore le triangle MEL n'est pas rectangle en L
donc OELM n'est pas un carré.

3°)Dans un losange les diagonales sont perpendiculaires donc le triangle OIM est rectangle en I.
De plus les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu
donc MI= $ME \div 2 = 5,6 \div 2$ =2,8 MI=2,8 cm
Dans le triangle OIM rectangle en I on a :

Cos($\widehat{OMI}$) = $\frac{MI}{OM}$ donc Cos($\widehat{OMI}$) = $\frac{2,8}{4}$ donc $\widehat{OMI} \simeq 46°$