Correction du Devoir commun de Mathématiques du 13 janvier 2015

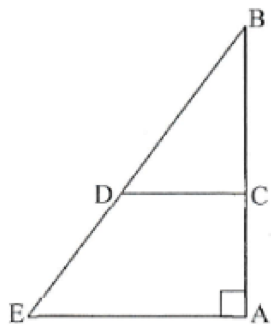
<u>Exercice 1.</u> QCM (6 points)

Pour cet exercice, vous devez, pour chaque numéro de question, <u>indiquer</u> la lettre de **la réponse juste**. Aucune justification n'est demandée.

		A	B	C	Réponse juste
1.	Pour $x = -3$, l'expression $2x^2+3x-1$ est égale à :	16	- 28	8	**C**
2.	L'expression $6-4(x-2)$ est égale à :	$2x-4$	$14-4x$	$-4x-2$	**B**
3.	Pour tout nombre x, x^2-64 est égal à :	$(x-8)^2$	$(x-32)(x+32)$	$(x-8)(x+8)$	**C**
4.	Un randonneur parcourt 5 km en 1h15 min. Sa vitesse moyenne est :	4 km/h	4,3 km/h	5,75 km/h	**A**
5.	Donner le résultat de $\frac{2}{3}-\frac{5}{4}\times\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	**C**
6.	Dans une ferme, il y a des vaches et des poules. Le fermier a compté 36 têtes et 100 pattes. Il y a donc:	25 vaches	20 vaches	14 vaches	**C**

<u>Exercice 2.</u> (5 points)

1. Calculer BE (justifier).



Dans le triangle rectangle BAE, d'après le théorème de Pythagore on a :
$BE^2 = EA^2 + AB^2$
$BE^2 = 2{,}625 + 3{,}5^2$
$BE = \sqrt{19{,}140625}$
$BE = 4{,}375$
BE mesure 4,375 m

2. Les barres [CD] et [AE] doivent être parallèles
   A quelle distance de B faut-il placer le point C ?

Les points B,D,E sont alignés ainsi que les points B,C,A. Les droites (CD) et (EA) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BD}{BE}=\frac{BC}{BA}=\frac{CD}{EA}$$

$$\frac{BC}{3{,}5}=\frac{1{,}5}{2{,}625}$$

$$BC=\frac{1{,}5\times3{,}5}{2{,}625}$$

$BC=2$

Il faut placer le point C à 2m du point B.

Exercice 3. (4 points)

1. Calculer le PGCD des nombres 372 et 775. (On détaillera les calculs nécessaires).

On utilise l'algorithme d'Euclide

a	b	r
775	372	31
372	31	0

Donc PGCD(775 ;372) = 31

2. Un chef d'orchestre fait répéter 372 choristes hommes et 775 choristes femmes pour un concert.
a) Quel **nombre maximal** de groupes pourra t-il faire ? (Aucune justification n'est demandée).

Le chef d'orchestre pourra faire 31 groupes.

b) Combien y aura t-il alors de choristes hommes et de choristes femmes dans chaque groupe ? (Justifier vos réponses)

$775 \div 31 = 25$ et $372 \div 31 = 12$
Dans chaque groupe, il y aura 12 choristes hommes et 25 choristes femmes.

Exercice 4. (4 points)

Combien de foyers pourraient être alimentés par ce fleuve en une année ? (Donner un ordre de grandeur du résultat).
Rappel : 1L = 1 dm^3 et 1 m^3 = 1000 L

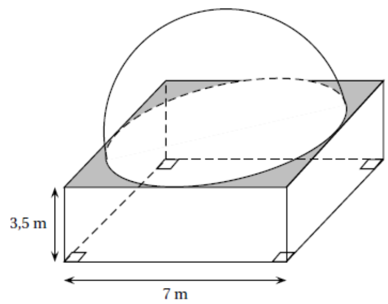
$190\,000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 5\,991\,840\,000\,000$
Le volume d'eau fourni par l'Amazone en 1 an est donc : 5 991 840 000 000 m^3.

$10\,000 \times 12 = 120\,000$
Le volume d'eau consommé par un foyer de 3 personnes en 1 an est donc : 120 000 L soit 120 m^3.

$$\frac{5\,991\,840\,000\,000}{120} = 49\,932\,000\,000$$

Le fleuve Amazone pourrait donc alimenter environ 50 000 000 000 de foyers en un an.

Exercice 5. (7 points) *Les deux questions sont indépendantes*



a) Sachant que les ouvertures (portes et fenêtres, non représentées sur la figure) occupent une surface de 18m^2, montrer que **l'aire totale des surfaces à peindre** est d'environ 168 m^2.

$$\mathcal{A} = (3{,}5 \times 7 \times 4) + [(7 \times 7) - (\pi \times 3{,}5^2)] + [\frac{1}{2}(4 \times \pi \times 3{,}5^2)] - 18$$

$$\mathcal{A} \approx 98 + 11 + 77 - 18$$

$$\mathcal{A} \approx 168$$

Donc l'aire $\mathcal{A}$ est bien d'environs 168 m^2.

b) On trouvera ci-dessous la facture correspondant aux travaux de peinture.

$168 \div 40 = 4{,}2$ donc il faut 5 pots de peinture.
$168 \div 42 = 4$ donc il faut 4 heures pour peindre.

Quantité	Désignation	Prix unitaire	Prix total
5	pots d'antirouille	500,00 €	2 500,00 €
………5………	pots de peinture	400,00 €	….2 000,00 €….
………4………	heures (main d'œuvre)	35,00 €	…..140,00 €….
Total HT (coût hors taxe)			….4 640,00€….
Montant de la TVA à 19,6 %			…..909,44€….
TOTAL TTC (coût toutes taxes comprises)			….5 549,44€….

Exercice 6. **(6 points)**
On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre de départ • Soustraire 1 au nombre choisi • Calculer le carré de la différence obtenue • Ajouter le double du nombre de départ au résultat • Écrire le résultat obtenu	• Choisir un nombre de départ • Calculer le carré du nombre choisi • Ajouter 1 au résultat • Écrire le résultat obtenu

1. Montrer que, lorsque le nombre de départ est 3, le résultat obtenu avec le programme A est 10.

$3 - 1 = 2$; $2^2 = 4$; $4 + 6 = 10$. On obtient bien 10 pour le programme A avec 3 comme nombre de départ.

2. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on avec le programme B ?

$3^2 = 9$; $9 + 1 = 10$. On obtient bien 10 pour le programme B avec 3 comme nombre de départ.

3. Lorsque le nombre de départ est –2, quel résultat obtient-on avec le programme A ?

$-2 - 1 = -3$; $(-3)^2 = 9$; $9 + (-4) = 5$. On obtient 5 pour le programme A avec (-2) comme nombre de départ.

4. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu avec le programme B soit 5 ?

On effectue le programme à l'envers, $5 - 1 = 4$; il y a deux nombres qui ont 4 pour carré 2et (-2).

5. Henri prétend que les deux programmes fournissent toujours des résultats identiques. A t-il raison ? Justifier la réponse.

On choisi x comme nombre de départ pour les deux programmes de calcul.
Programme A : $(x - 1)^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 + 2x$ Programme B : $x^2 + 1$
$= x^2 + 1$
Les deux programmes de calcul ont la même expression littérale donc ils fournissent toujours des résultats identiques. Henri a donc raison.

Exercice 7. **(4 points)**

On a dessiné et codé quatre figures géométriques. Dans chaque cas, préciser si le triangle ABC est rectangle ou non. *Une démonstration rédigée n'est pas attendue. Pour justifier, on se contentera de citer un argument, une propriété ou d'effectuer un calcul.*

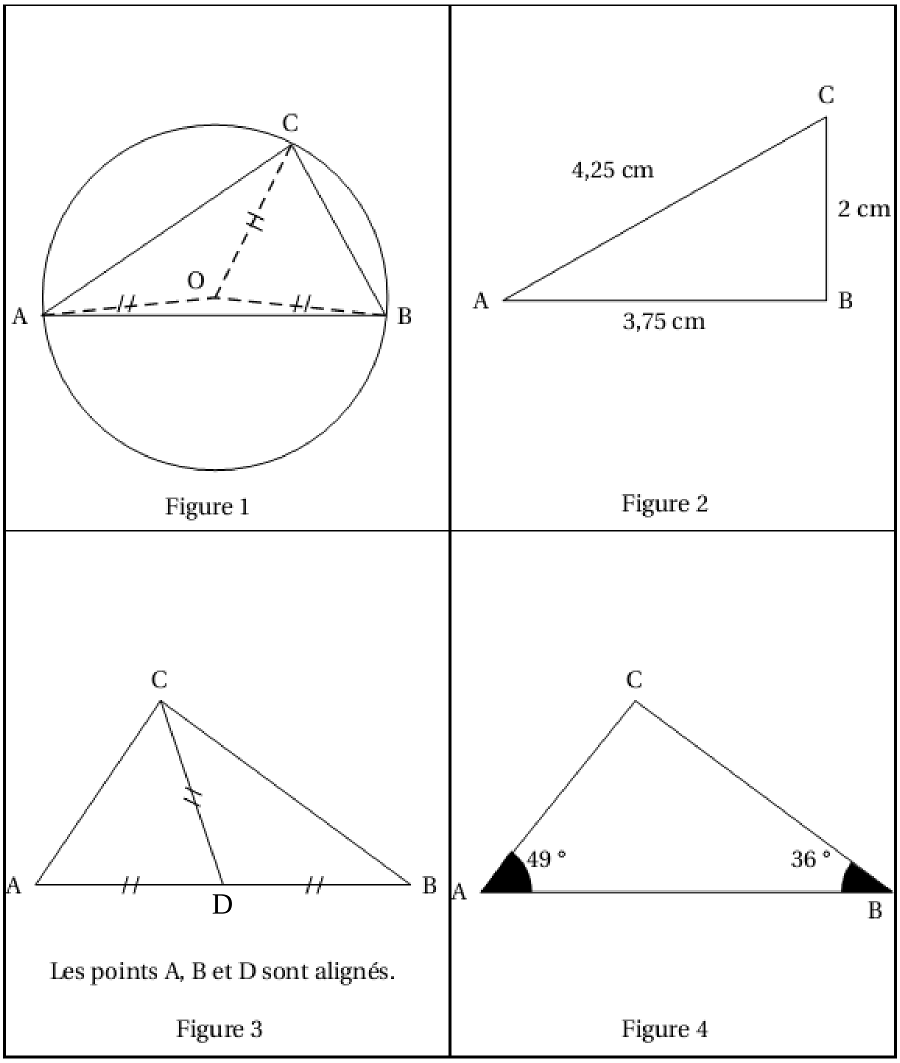


Figure 1 : Le triangle ABC est inscrit dans un cercle mais aucun de ses côtés n'est un diamètre du cercle donc le triangle n'est pas rectangle.

Figure 2 : $4{,}25^2 = 18{,}0625$ et $3{,}75^2 + 2^2 = 18{,}0625$.
L'égalité du théorème de Pythagore est vérifiée donc le triangle est rectangle.

Figure 3 : Le milieu D du côté [AB] est à égale distance des trois sommets du triangle donc le triangle est rectangle.

Figure 4 : $180 - (49 + 36) = 95$. Le triangle ABC n'a pas d'angle droit donc il n'est pas rectangle.