PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

1) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \mathbf{\frac{1}{12}}$;

2) $\sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \mathbf{\sqrt{2}}$

3) $4x - 3 = 7x + 6$

$4x - 3 + 3 = 7x + 6 + 3$

$4x = 7x + 9$

$3x = 9$

$x = 9 : 3$

$x = \mathbf{3}$

4) $\frac{3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{3}{6} \times \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 0{,}5 \times 10^{-2-(-3)} = 0{,}5 \times 10 = \mathbf{5}$

5) $\sqrt{18} - \sqrt{8} \approx \mathbf{1{,}41}$

Exercice 2

a) Calculer A et donner le résultat sous forme d'un entier : $A = (2 + \frac{2}{3}) \div (\frac{4}{5} - \frac{2}{3}) = (\frac{6}{3} + \frac{2}{3}) \div (\frac{12}{15} - \frac{10}{15}) =$

$\frac{8}{3} \div \frac{2}{15} = \frac{8}{3} \times \frac{15}{2} = \frac{120}{6} = \mathbf{20}$

b) Calculer B et donner le résultat en écriture scientifique : $B = \frac{24 \times 10^{-7} \times 3 \times (10^{3})^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{24 \times 3}{6} \times \frac{10^{-7} \times 10^{-6}}{10^{-3}} =$

$12 \times \frac{10^{-13}}{10^{-3}} = 12 \times 10^{-13-(-3)} = 12 \times 10^{-10} = \mathbf{1{,}2 \times 10^{-9}}$

Exercice 3

a) Dans cette question, seul le résultat final est attendu et la calculatrice peut être utilisée.

Donner une valeur décimale approchée à 0,01 près du nombre : $C = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{16}} \approx \mathbf{3{,}14}$

b) Dans cette question, les étapes du calcul seront rédigées soigneusement. Calculer $D = 5^3 - (2^4 - 5)^2 =$

$125 - (16 - 5)^2 = 125 - 11^2 = 125 - 121 = \mathbf{4}$

Exercice 4

a) Ecrire le nombre E ci-dessous sous la forme a $\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

$E = 2\sqrt{300} - 4\sqrt{3} + 6\sqrt{12} = 2 \times \sqrt{100 \times 3} - 4\sqrt{3} + 6 \times \sqrt{4 \times 3} = 2 \times \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} =$

$2 \times 10 \times \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 6 \times 2 \times \sqrt{3} = 20\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = \mathbf{28\sqrt{3}}$

b) Ecrire sous la forme a +b $\sqrt{3}$ le nombre $F = (\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 1) = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + 1 \times \sqrt{3} - 5 \times 2\sqrt{3} - 5 \times 1 =$

$2 \times 3 + \sqrt{3} - 10\sqrt{3} - 5 = 6 - 5 + \sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \mathbf{1 - 9\sqrt{3}}$

Exercice 5

Soit M l'expression définie par : $M = (3x - 4)^2 + (x - 5)(3x - 4)$

a) Développer et réduire M. $M = (3x - 4)^2 + (x - 5)(3x - 4) = (3x - 4) \times (3x - 4) + (x - 5)(3x - 4) =$

$9x^2 - 12x - 12x + 16 + 3x^2 - 4x - 5 \times 3x + 20 = 9x^2 - 24x + 16 + 3x^2 - 19x + 20 = \mathbf{12x^2 - 43x + 36}$

b) Factoriser M. $(3x - 4)^2 + (x - 5)(3x - 4) = (3x - 4) \times \underline{(3x - 4)} + (x - 5)\underline{(3x - 4)} = \underline{(3x - 4) \times} [(3x - 4) + (x - 5)] =$

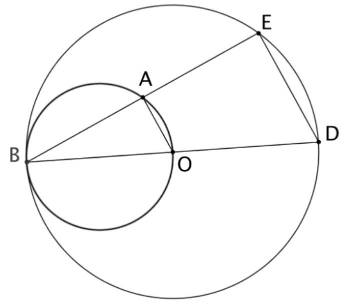
$\mathbf{\underline{(3x - 4)} \times (4x - 9)}$

c) Calculer la valeur numérique de M lorsque $x = \frac{1}{2}$

$M = (3 \times \frac{1}{2} - 4) \times (4 \times \frac{1}{2} - 9) = (1{,}5 - 4) \times (2 - 9) = -2{,}5 \times (-7) = \mathbf{17{,}5}$

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1



1) Les triangles ABO et EBD sont rectangles car :
Si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un de ses côtés est un diamètre de ce cercle, alors ce triangle est rectangle

2) Dans le triangle ABO rectangle en A, on peut utiliser le théorème de Pythagore : $AB^2 + AO^2 = BO^2$ donc $AO^2 = BO^2 - AB^2 = 5^2 - 4^2$
$AO^2 = 25 - 16 = 9$ donc $AO = 3$.

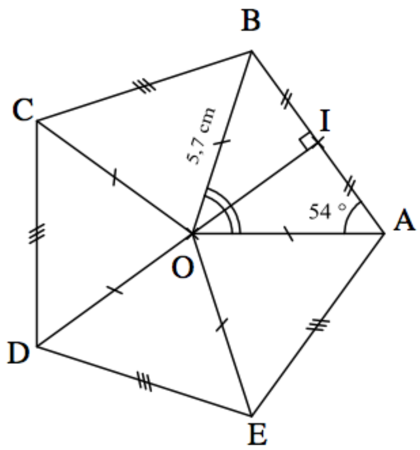
3) Les deux droites (AC) et (ED) sont perpendiculaires à la même troisième (BE) donc elles sont parallèles : (AC) // (ED).

4) Les droites (AE) et (CD) sont sécantes en B avec (AC) // (ED) donc on peut utiliser le théorème de Thalès: $\dfrac{BO}{BD} = \dfrac{BA}{BE} = \dfrac{AC}{DE}$

donc $\dfrac{5}{9} = \dfrac{4}{BE}$ donc $BE = \dfrac{9 \times 4}{5} = 7{,}2$

Exercice 2

Voici un pentagone régulier ABCDE.
Le point I est le milieu du segment [AB].
On donne : OA = OB = OC = OD = OE = 5,7 cm. $\widehat{OAB} = 54°$
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.



1) Quelle est la nature du triangle AOB ? Justifier.
Puisque OA = OB, alors le triangle AOB est isocèle en O.

2) Calculer la longueur AB (arrondir au millimètre).

Dans le triangle AIO rectangle en I (d'après le codage) on peut

appliquer la trigonométrie: $\cos \widehat{OAI} = \dfrac{AI}{AO}$ soit $\cos 54° = \dfrac{AI}{5{,}7}$ donc

$AI = 5{,}7 \times \cos 54°$, donc $AB = 2 \times 5{,}7 \times \cos 54° \approx 6{,}7$ cm (valeur approchée arrondie au millimètre)

3) Montrer que la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est 72°.
Dans le triangle AOB isocèle en O, les angles à la base $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont égaux donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 54°$;

la somme des angles du triangle vaut 180 ° donc $\widehat{AOB} = 180° - 54° = 72°$ (on pouvait aussi utiliser l'angle au centre du pentagone régulier: $\widehat{AOB} = \dfrac{360}{5} = 72°$)

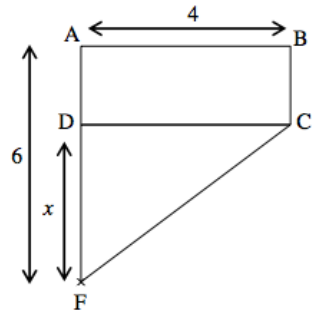
4) Tracer le cercle passant par les points A, B, C, D et E, puis déterminer la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$. Justifier.
Le cercle qui passe par tous les sommets du pentagone et $\widehat{AEB}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc AB que l'angle au centre $\widehat{AOB}$.
La mesure d'un angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit interceptant le même arc alors $\widehat{AEB} = \dfrac{1}{2} \times \widehat{AOB} = \dfrac{1}{2} \times 72 = 36$ °

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES *(12 points)*

On considère la figure ci-contre où les dimensions sont données en cm et les aires en cm^2

- D est un point variable du segment [AF]
- AB = 4; AF = 6
- ABCD est un rectangle
- Le triangle DCF est rectangle en D

On note x la longueur du segment [DF].



Partie 1

1) Dans cette question, on se place dans le cas où x = 2.

a) Calculer l'aire du rectangle ABCD : Aire ABCD = $4 \times (6 - 2) = 4 \times 4 =$ **16 cm²**

b) Calculer l'aire du triangle DCF. Aire DCF = $\frac{2 \times 4}{2}$ = **4 cm²**

2) Dans cette question, on se place dans le cas où x est un nombre inconnu.

a) Exprimer l'aire du rectangle ABCD en fonction de x. Aire ABCD = $4 \times (6 - x) = 24 - 4x$

b) Exprimer l'aire du triangle DCF en fonction de x. Aire CDF = $\frac{4 \times x}{2} = 2x$

c) Résoudre l'équation $24 - 4x = 2x$. Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?

$$24 - 4x + 4x = 2x + 4x$$
$$24 = 6x$$
$$24 : 6 = x$$
$$4 = x$$

Le rectangle ABCD et le triangle CDF ont même aire pour $x = 4$

Partie 2

2) Par lecture graphique, déterminer pour quelle valeur de x l'aire de DCF est égale à 6 cm². **x = 3**

3) Par lecture graphique, déterminer l'aire de ABCD pour x = 2,5 cm. **14 cm²**

4) Par lecture graphique, déterminer la valeur de x pour que l'aire du rectangle ABCD soit 0 cm². **x = 6**

5) Résoudre l'inéquation $24 - 4x < 2x$. Interpréter le résultat obtenu.

$$24 - 4x + 4x < 2x + 4x$$
$$24 < 6x$$
$$24 : 6 < x$$
$$4 < x$$

Pour x > 4, l'aire du triangle CDF est supérieure à l'aire du rectangle ABCD

6) Par lecture graphique, retrouver le résultat de la question **2) c)** de la **partie 1**.

Pour les questions **2), 3), 4)** et **6)**, *on laissera en vert les traits et flèches utiles sur le graphique.*