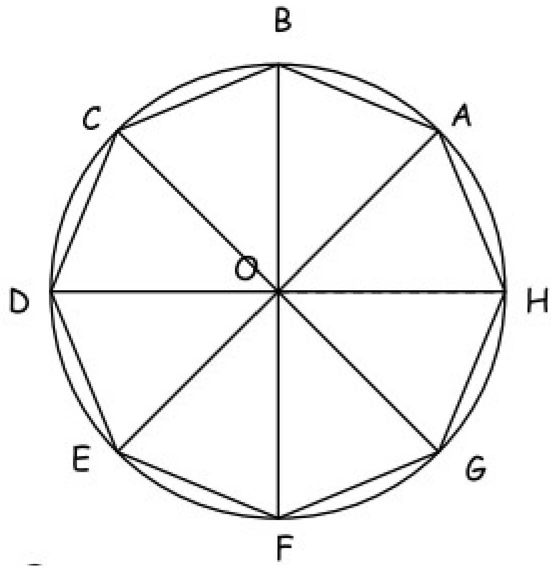
Corrigé de l'épreuve de maths (juin 2014)

Exercice 1 :

1/ Pour construire l'octogone, il faut calculer l'angle au centre : $\widehat{BOA}=\frac{360}{8}=45°$. Tous les angles aux centres étant identiques.



2/ D'après la question précédente DOH = 180°

Données : DAH est inscrit dans le cercle de diamètre [DH].

Propriété : Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un des côtés, alors il est rectangle.

Conclusion : DAH est rectangle en A.

3/ D'après la remarque faite au 1., les angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{AOH}$ ont pour mesure 45° et ainsi :

$\widehat{BOH} = \widehat{BOA} + \widehat{AOH} = 2\times45° = 90°$.

Or, $\widehat{BEH}$ est un angle inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 3 cm qui intercepte le même arc de cercle que l'angle au centre $\widehat{BOH}$, on a donc : $\widehat{BEH} = \widehat{BOH}\div2=90°\div2=45°$

Exercice 2 :

1. J'appelle *« x »* le prix d'un cahier : (on peut calculer en choisissant un prix au départ 2€ par exemple)

Magasin A : Prix unitaire, donc le prix est x .

Magasin B : La réduction n'est pas active sur le premier cahier, donc le prix payé sera celui du prix unitaire, donc le prix est x .

Mag C : Chaque cahier aura un prix égal à : $0{,}70\times x=0{,}7x$

0,70 < 1 , le magasin C sera le plus intéressant.

2. a. Prix de deux cahiers :

Magasin A : Prix : $2\times x=2x$

Magasin B : Prix = $1{,}5\times x=1{,}5x$

Magasin C : Prix = $2\times0{,}7\times x=1{,}4x$

Pour l'achat de deux cahiers le magasin C est le plus intéressant (1,4 < 1,5 < 2).

b. Prix de trois cahiers :

Magasin A : Prix = $2\times x=2x$

Magasin B : Prix = $2{,}5\times x=2{,}5x$

Magasin C : Prix = $3\times0{,}7\times x=2{,}1x$

Pour l'achat de trois cahiers le magasin A est le plus intéressant (2 < 2,1 < 2,5).

3. Prix d'un cahier avec la carte de fidélité : 10% de réduction sur le ticket de caisse.

Magasin C : Prix= $x\times0{,}7\times0{,}9=0{,}63\times x$

Soit un pourcentage de réduction de 100 - 63 = 37 %.

Exercice 3 :

1. 8 – 6 = 2 et 8 – 2 = 6 ; alors $2\times6=12$

Donc si on choisit 8 comme nombre de départ, on obtient bien 12 comme résultat.

2. **Proposition 1 :** Vraie : si, par exemple, on choisit 3 comme nombre de départ :

3 – 6 = – 3 et 3 – 2 = 1 ; alors $-3\times1=-3$ qui est un nombre négatif.

Proposition 2 : Vraie $\frac{1}{2}-6=\frac{1}{2}-\frac{12}{2}=\frac{-11}{2}$

et $\frac{1}{2}-2=\frac{1}{2}-\frac{4}{2}=\frac{-3}{2}$, donc $\frac{-11}{2}\times\frac{-3}{2}=\frac{33}{4}$

Donc si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, on obtient bien $\frac{33}{4}$ comme résultat.

Proposition 3 : Vraie

On choisit « x » comme nombre de départ, on obtient $(x-6)(x-2)$. Ce produit est nul :

$(x-6)(x-2)=0$

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$x-6=0$ ou $x-2=0$

$x=6$ ou $x=2$. Donc en choisissant 6 ou 2 on obtient 0. Il y a donc seulement deux nombres.

Proposition 4 : Fausse

On choisit « x » comme nombre de départ, on obtient $(x-6)(x-2)$

Or $(x-6)(x-2)=x^2-8x+2$, expression qui n'est pas de la forme ax .

Exercice 4 :

1. a. La représentation graphique indique que pour un grand nombre de tirages la fréquence d'apparition de la couleur jaune est proche de 0,5 alors que les fréquences des autres couleurs se trouvent en dessous de 0,3. C'est donc la couleur jaune qui est probablement la plus représentée.

b. La formule saisie dans la cellule C2 est : =B2/A2 .

2. $\frac{1}{5}=\frac{4}{20}$. Il y a donc 4 jetons rouges dans ce sac.

Exercice 5 :

Question 1 : d) 8 (car $2^3=8$)

Question 2 : a) 10 m.s – 1 (car $36\times1000\div3600=10$)

Question 3 : c) 21 (car 5 = $\sqrt{25}$ et donc $\sqrt{525}$: $\sqrt{25}$ = $\sqrt{525:25}$ = 21)

Question 4 : a) 25 (car $\frac{1{,}5\times10^{12}}{60}=\frac{1{,}5\times10^3\times10^9}{60}=\frac{1500}{60}Go=25\,Go$

Exercice 6 :

1. Le quadrilatère PQCA a 3 angles droits donc c'est un rectangle.

Or si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés opposés sont égaux.

Donc QC = PA = 0,65.

D'où QK = 0,65 − QC = 0,65 − 0,58 = 0,07.

$\frac{QK}{QP}=\frac{0{,}07}{5}=0{,}014$

Donc ses feux sont bien réglés avec une inclinaison de 0,014.

2. QKP rectangle en Q :

tan $\widehat{QPK}$ = $\frac{QK}{QP}$ = 0,014 d'où (en utilisant la calculatrice) $\widehat{QPK}\approx0{,}8°$

3. PQCA est un rectangle. Or si un quadrilatère est un rectangle ses côtés opposés sont parallèles. Donc (PQ) est parallèle à (AC), or les points A, B, C et S sont alignés donc (PQ)

est parallèle à (CS).
Les droites (PS) et (QC) sont sécantes en K, (PQ) est parallèle à (CS), d'après le théorème de Thalès :
$\frac{PQ}{CS}=\frac{QK}{CK}=\frac{PK}{KS}$ donc $\frac{5}{CS}=\frac{0,07}{0,58}=\frac{PK}{KS}$. On veut calculer CS soit
$CS=\frac{5\times 0,58}{0,07}\approx 41$
Donc AS = AC + CS = 5 + 41=46 m (au mètre près).

Exercice 7 :
1. Le volume d'une botte de paille est : $90\times 45\times 35=141750\,cm^3$ soit 0,141750 m^3.
Or 1 m^3 a une masse de 90 kg
donc
$0,141750\times 90=12,7575$ kg.
De plus 1 000 kg de paille coûtent 40 € donc 12,7575 kg coûtent
$\frac{12,7575\times 40}{1000}=0,5108$ €.
Soit, arrondi au centime près, le prix d'une botte de paille est de 0,51 €.

2. a. Le bâtiment est un prisme droit donc les faces latérales sont des rectangles de longueur la hauteur du prisme d'où KJFG est un rectangle et
KJ = GF = BC = 15,3 m et FB = GC = IA = 5 m.
IF = AB = 3,6 m. JI = JA – IA = 7,7 – 5 = 2,7.

Donc dans le triangle JIF rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore :
$JI^2+IF^2=JF^2$
$2,7^2+3,6^2=JF^2$

D'où $20,25 = JF^2$ et ainsi JF = $\sqrt{20,25}$ = 4,5 m.
45 cm = 0,45 m et 90 cm = 0,9 m.

Il y a deux dispositions possibles (la photo semble indiquer la 2 ème) :
15,3 ÷ 0,45 = 34 bottes dans la longueur FG et 4,5 ÷ 0,9 = 5 bottes dans la largeur JF.
ỡ 15,3 ÷ 0,9 = 17 bottes dans la longueur FG et 4,5 ÷ 0,45 = 10 bottes dans la largeur JF.
Il faut donc au total : $34\times 5=17\times 10=170$ bottes de paille.

b. $170\times 0,51=86,7$ €. Le coût pour isoler le toit est de 86,70 €.