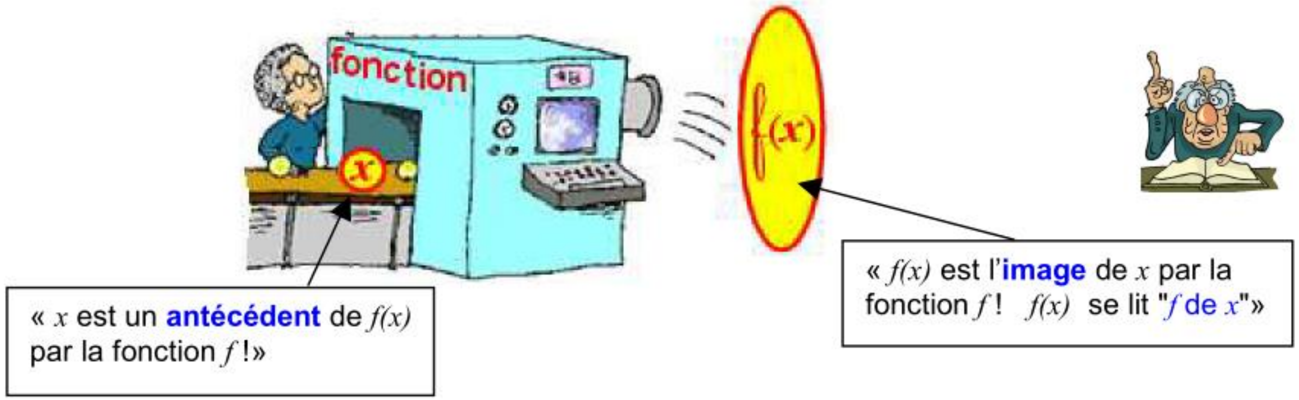
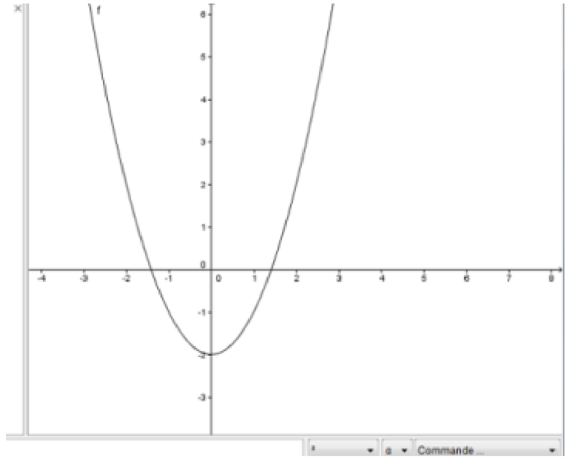
# Les fonctions :

**Une fonction** est un processus qui, à un nombre, fait correspondre un unique autre nombre en lui appliquant une suite d'opérations.

Soit à un nombre $x$, une fonction f associe un nombre unique noté f($x$).




Comment définir une fonction :

<table>
<tr><th>A l'aide d'une expression algébrique</th><th>A l'aide d'un tableau</th><th>A l'aide d'un graphique</th></tr>
<tr>
<td>f : $x \longrightarrow x^2 - 2$<br>on a : f($x$) = $x^2$ - 2 : c'est l'image de $x$<br><br>Image de 2 : on veut f($x$) donc $x$ = 2<br>On a f(2) = $2^2$ -2 = 2<br><br>Antécédent de 2 : on veut $x$ donc f($x$) = 2<br>Soit $x^2$ - 2 = 2   $x^2$ = 4   $x$ = 2 ou -2<br>Les antécédents de 2 sont 2 ou -2</td>
<td>
<table>
<tr><td>$x$ (antécédent)</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>f($x$) (image)</td><td>2</td><td>-2</td><td>-1</td><td>2</td></tr>
</table>
A l'aide du tableau, on a :<br>L'image de 2 est 2<br>Les antécédents de 2 sont -2 et 2</td>
<td><br>Tous les points de coordonnées ( $x$ ; f($x$) ) sont sur la courbe.<br>Les images se lisent sur l'axe des ordonnées<br>Les antécédents sur l'axe des abscisses.</td>
</tr>
</table>

Toujours bien repérer : qui on veut et qui on connait

On a : **antécédent** : nombre qui rentre- $x$- abscisse     **image :** nombre qui sort- y=f($x$) - ordonnée

Exemples :

**<u>A l’aide d’une expression algébrique :</u>**

- **a.** Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3}{x}$. Donne l’image de 0,5 par f.
- **b.** Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x - 6$ . Donne l’antécédent de 0 par g.
- **c.** Soit $h : x \longrightarrow 3x^2 + 1$. Parmi les affirmations suivantes, indique celles qui sont vraies et corrige celles qui sont fausses :

| | | |
|---|---|---|
| $h(1) = 0$ | $h(0) = 1$ | $h(-3x^2 + 1) = x$ |
| L’antécédent de -11 par h est 2. | $h(-1) = h(1)$ | L’image de -5 par h est 76. |

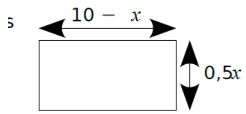
Correction :

a. L’image de 0,5 par f est 6. B. L’antécédent de 0 par g est 3.

c. $h(1) = 0$ faux $h(1) = -2$    $h(0) = 1$ vrai    $h(-3x^2 + 1) = x$ faux $h(x) = -3x^2 + 1$

l’antécédent de -11 est 2 faux les antécédents de -11 sont 2 ou -2    $h(-1) = h(1)$ vrai    l’image de -5 par h est 76 faux c’est -74

**<u>A l’aide d’un tableau :</u>**




Une pièce rectangulaire a pour dimensions $0,5x$ et $10 - x$. Ces dimensions étant exprimées en mètres.

a. Prouve que l’aire de cette pièce vaut $A(x) = -0,5x^2 + 5x$ m²

b. Complète le tableau de valeurs suivant :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ ( m) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| Aire $A(x)$ (m²) | | | | | | |

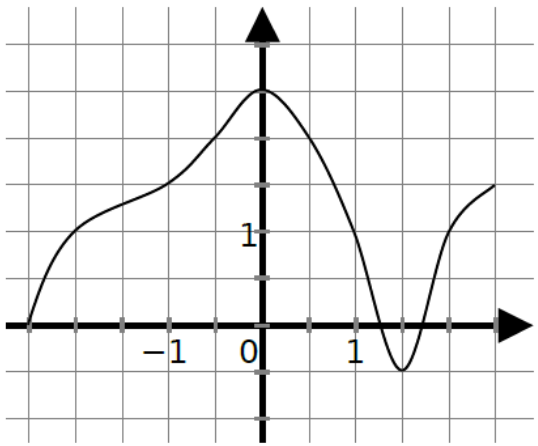
c. D’après ce tableau quelle est l’image de 6 par la fonction A ? Quels sont les antécédents de 8 ?

Réponse : $A(x) = (10 - x) \times 0,5x = -0,5x^2 + 5x$   b. 0 : 0   2 : 8   4 : 12   6 : 12   8 : 8   10 : 0 c. image de 6 : 12 antécédents de 8 : 2 et 8

**<u>A l’aide d’un graphique :</u>**

Le graphique ci-contre représente une fonction h.

Pour chaque réponse tu indiqueras toutes les réponses possibles. D’il n’y a pas de réponse, tu indiqueras « impossible ».




a. Image de 1 par h ?

b. Antécédents de 1 par h ?

c. Nombre(s) $x$ tel que $h(x) = -0,5$ ?

d. Antécédent(s) de 3 par la fonction h ?

e. Nombre(s) y tel que $h(-1) = y$ ?

Réponse :

a. 1   b. -2 ; 1 et 2   c. 1,5   d. il n’y en a pas   e. y = 1,5

| Fonction linéaire | Fonction affine |
| --- | --- |

## Fonction linéaire

### Représentation graphique d'une fonction linéaire

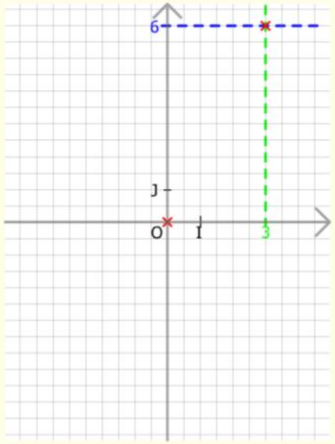
Exemple : Représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \longmapsto 2x$

La représentation graphique de cette fonction étant une droite passant par l'origine du repère, il reste à déterminer les coordonnées d'un deuxième point de la droite.

On choisit une valeur pour $x$, autre que 0 et on calcule son image par $f$.

Pour $x = 3$, $f(3) = 2 \times 3 = 6$.

Ainsi, le point de coordonnées (3 ; 6) est sur la droite représentant la fonction $f$.




### Représentation graphique d'une fonction linéaire

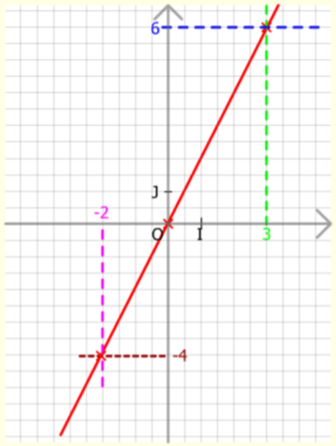
Exemple : Représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \longmapsto 2x$

Il reste à tracer la droite.

Remarque : si l'on avait choisi une autre valeur de $x$, on aurait trouvé un autre point de la droite :

Pour $x = -2$, $f(-2) = 2 \times (-2) = -4$.

Ainsi, le point de coordonnées (−2 ; − 4) est également sur la droite représentant la fonction $f$.




## Fonction affine

### Représentation graphique d'une fonction affine

Exemple : Représentation graphique de la fonction affine $f : x \longmapsto -x + 3$

La représentation graphique étant une droite, il faut déterminer les coordonnées de deux points de cette droite.

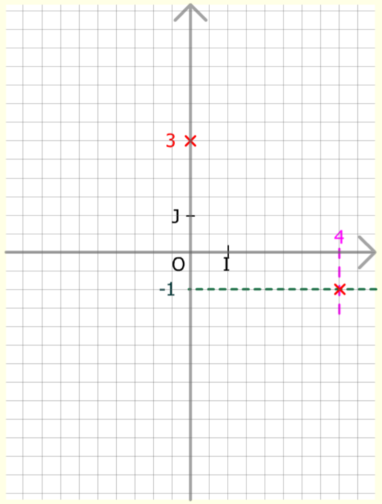
Pour cela, on choisit deux valeurs de $x$ et on calcule leurs images par la fonction $f$.

Pour $x = 0$, $f(0) = -0 + 3 = 3$.

Ainsi, le point de coordonnées (0 ; 3) est sur la droite représentant la fonction $f$.

Pour $x = 4$, $f(4) = -4 + 3 = -1$.

Ainsi, le point de coordonnées (4 ; −1) est sur la droite représentant la fonction $f$.




### Représentation graphique d'une fonction affine

Exemple : Représentation graphique de la fonction affine $f : x \longmapsto -x + 3$

Il reste à tracer la droite.

Remarques :

Pour un tracé précis, il est préférable que les deux points soient éloignés. Il faut donc veiller à ne pas choisir des valeurs de $x$ trop proches.

Si l'on avait choisi d'autres valeurs de $x$, on aurait trouvé d'autres points de la droite.

Exemple :

Pour $x = -3$, $f(-3) = -(-3) + 3 = 3 + 3 = 6$.

Ainsi, le point de coordonnées (−3 ; 6) est également sur la droite représentant la fonction $f$.