DNB 2019
Corrigé de l'épreuve de Mathématiques

Exercice 1:

1) • $69 = \boxed{\mathbf{3 \times 23}}$.

• $1\,150 = 50 \times 23 = 2 \times 5 \times 5 \times 23 = \boxed{\mathbf{2 \times 5^2 \times 23}}$.

• $4\,140 = 4 \times 1\,035 = 2^2 \times 5 \times 207 = 2^2 \times 5 \times 9 \times 23 = \boxed{\mathbf{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 23}}$.

2) Le nombre de marins est un diviseur commun à 69, 1 150 et 4 140.
Or d'après ce qui précède, le seul diviseur commun, autre que 1, est 23. Il y a donc **23 marins**.

Exercice 2:

1) Dans le triangle ADM rectangle en A, on a :

$\tan \widehat{ADM} = \dfrac{AM}{AD}$

$\tan 60° = \dfrac{AM}{2}$

$AM = 2 \times \tan 60° \approx \boxed{\mathbf{3{,}46\ m}}$.

2) • $\mathscr{A}_{ABCD} = 4 \times 2 = 8\ m^2$.

• $\mathscr{A}_{AMND} \approx 3{,}46 \times 2 = 6{,}92\ m^2$.

La proportion de la plaque non utilisée est d'environ $\dfrac{8 - 6{,}92}{8} = \dfrac{1{,}08}{8} \approx \boxed{\mathbf{0{,}14}}$.

3) • Les angles du triangle ADM ont pour mesure : 90°, 60° et 90 – 60 = 30°.

• Les angles du triangle MPN ont pour mesure : 90°, 90 – 30 = 60° et 90 – 60 = 30°.

• Puisque ABCD est un rectangle et que $\widehat{AMN}$ est droit, AMND est aussi un rectangle.
Ainsi, les angles du triangle DPN ont pour mesure : 90°, 90 – 30 = 60° et 90 – 60 = 30°.

Les 3 triangles ont leurs angles de même mesure, donc ils sont semblables.

4) • Calculons DM :

Dans le triangle ADM rectangle en A, on a :

$\cos \widehat{ADM} = \dfrac{AD}{DM}$

$\cos 60° = \dfrac{2}{DM}$

$DM = \dfrac{2}{\cos 60°} = 4\ m$.

Le coefficient d'agrandissement de PDN à AMD est donc d'environ $\dfrac{DM}{DN} \approx \dfrac{4}{3{,}46} \approx 1{,}16$.

Il est bien plus petit que 1,5.

Exercice 3:

1) a) $\mathscr{V}_{\text{sable}} = \dfrac{2}{3} \times (\mathscr{B} \times h) = \dfrac{2}{3} \times (\pi \times (1{,}5 \div 2)^2 \times 4{,}2) \approx \dfrac{2}{3} \times 7{,}42 \approx \boxed{\mathbf{4{,}95\ cm^3}}$.

b) Le sable va s'écouler en $\dfrac{4{,}95}{1{,}98} = 2{,}5$ min; soit **2 minutes et 30 secondes**.

2) a) 1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = **40 tests** ont été réalisés.

b) • L'étendue des temps est de 2 min 38 s – 2 min 22 s = **16 s**.

• Il y a 40 valeurs, la médiane se situe donc entre la 20ème et la 21ème des valeurs ordonnées dans l'ordre croissant. C'est donc un temps compris **entre 2 min 29 s et 2 min 30 s**.

• La moyenne des temps en secondes est de

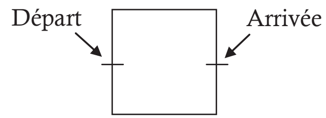
$$\frac{22+24+26\times2+27\times6+28\times3+29\times7+30\times6+31\times3+32+33\times2+34\times3+35\times2+38\times3}{40} = 30{,}1\ s.$$

Donc la moyenne des temps est de **2 min 30,1 s**.

Les 3 conditions étant vérifiées, le sablier ne sera pas éliminé.

Exercice 4:

1) On obtient la figure ci-contre avec un carré de côté 2,5 cm.

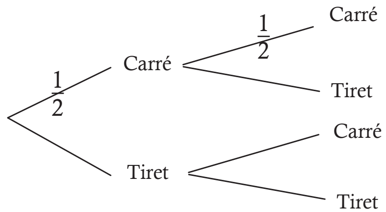


2) Le **script 1** correspond au **dessin B** car il alterne 23 fois un carré puis un tiret.

Le **script 2** correspond donc au **dessin A**.

3) a) La probabilité que le premier élément soit un carré est de $\boxed{\mathbf{\frac{1}{2}}}$.

b) La probabilité que les 2 premiers éléments soient des carrés est de $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \boxed{\mathbf{\frac{1}{4}}}$.



4) Il faut insérer la boucle suivante entre les lignes 6 et 7 du script :

Si « nombre aléatoire entre ① et ② = 1 alors »
« mettre la couleur du stylo à noir »
sinon
« mettre la couleur du stylo à rouge »

Exercice 5:

1) a) Le rectangle $\boxed{③}$ est l'image du rectangle $\boxed{④}$ par la translation qui transforme C en E.

b) Le rectangle ③ est l'image du rectangle $\boxed{①}$ par la rotation de cenrtre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) Le rectangle ABCD est l'image du rectangle $\boxed{②}$ par l'homothétie de centre $\boxed{\mathbf{D}}$.
(ou bien rectangle ③ avec le centre B, ou encore rectangle ④ avec le centre C.)

2) Les dimensions du rectangle ABCD étant 3 fois plus grandes que celles d'un petit rectangle, l'aire du rectangle ABCD est $3^2 = 9$ fois plus grande que celle d'un petit rectangle.

L'aire d'un petit rectangle est donc de $1{,}215 \div 9 = \boxed{\mathbf{0{,}135\ m^2}}$.

3) Appelons ℓ la largeur du rectangle ABCD. Le ratio longueur : largeur étant de 3 : 2,

la longueur est de $\dfrac{3\times\ell}{2} = 1{,}5\ell$.

Longueur	?	3
Largeur	ℓ	2

Or $\ell \times 1{,}5\ell = 1{,}215$

donc $1{,}5\ell^2 = 1{,}215$

$$\ell^2 = \frac{1{,}215}{1{,}5}$$

$$\ell^2 = 0{,}81$$

$$\ell = \sqrt{0{,}81}$$

$$\ell = 0{,}9.$$

La largeur du rectangle ABCD est de $\boxed{\mathbf{0{,}9\ m}}$ et sa longueur est de $1{,}5 \times 0{,}9 = \boxed{\mathbf{1{,}35\ m}}$.

Exercice 6:

1) Programme 1: $5 \times 3 + 1 = 15 + 1 = \boxed{\mathbf{16}}$.

Programme 2 : $(5 - 1)\times(5 + 2) = 4 \times 7 = \boxed{\mathbf{28}}$.

On obtient bien les nombres indiqués.

2) a) $A(x) = x \times 3 + 1 = \boxed{\mathbf{3x + 1}}$.

b) On cherche x tel que $3x + 1 = 0$.

Donc $3x = -1$

$$x = \frac{-1}{3}$$

On doit choisir $\boxed{\dfrac{-1}{3}}$ pour obtenir 0 avec le programme 1.

3) $B(x) = (x - 1)(x + 2)$

$B(x) = x^2 + 2x - x - 2$

$B(x) = \boxed{\mathbf{x^2 + x - 2}}$.

4) a) D'une part : $B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - (3x + 1)$

$= x^2 + x - 2 - 3x - 1$

$= \underline{\mathbf{x^2 - 2x - 3}}$.

D'autre part : $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 3x + x - 3$

$= \underline{\mathbf{x^2 - 2x - 3}}$.

On obtient la même expression, donc $\boxed{\mathbf{B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3)}}$.

b) On cherche x tel que $B(x) = A(x)$.

On cherche donc x tel que $B(x) - A(x) = 0$.

Soit x tel que $(x + 1)(x - 3) = 0$.

Or si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

Donc soit $x + 1 = 0$ | soit $x - 3 = 0$

$x = -1$ | $x = 3$

On doit choisir $\boxed{\mathbf{-1}}$ ou $\boxed{\mathbf{3}}$ pour obtenir le même résultat avec les deux programmes.