Correction brevet blanc 2 022 :

Exercice 1 ***(14 points)*** Voici deux programmes de calcul :

Programme A	**Programme B**
• Choisir un nombre. • Le multiplier par 5. • Ajouter 12 à ce produit.	• Choisir un nombre. • Lui soustraire 5 • Prendre le triple du résultat.

1. Montrer que l'on obtient 27 en choisissant 3 avec le programme A.

Si on choisit 3 avec le programme A, on obtient : $5 \times 3 + 12 = 27$.

2. Montrer que l'on obtient -12 en choisissant 1 avec le programme B.

Si on choisit 1 avec le programme B, on obtient : $(1 - 5) \times 3 = -12$

3. Montrer que l'on obtient 17 en choisissant $\frac{2}{3}$ avec le programme B.

Si on choisit $\frac{2}{3}$ ave le programme B, on obtient :

$$\left(\frac{2}{3} - 5\right) \times 3 = \left(\frac{2}{3} - \frac{15}{3}\right) \times 3 = \frac{-13}{3} \times 3 = -13$$

4. Si on note x le nombre choisit, donner le résultat obtenu en fonction de x avec le programme A, puis avec le programme B.

Avec le programme A, on obtient : $5x + 12$

Avec le programme B, on obtient : $3(x - 5)$

5. Lino utilise un tableur pour calculer des résultats de ces programmes.
Quelles formules a-t-il saisi dans les cellules B2 et B3 pour pouvoir les étirer vers la droite et obtenir tous les autres résultats ?

Formule en B2 : = 5*B1 + 12
Formule en B3 : = 3 * (B1 – 5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-2	-1	0	1	2	3	4
2	Résultat du programme A	2	7	12	17	22	27	32
3	Résultat du programme B	-21	-18	-15	-12	-9	-6	-3

5. Déterminer le nombre départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat.

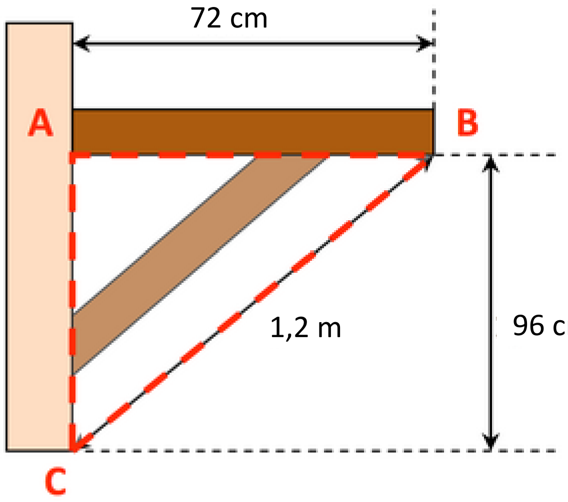
On veut Programme A = programme B soit $5x + 12 = 3(x - 5)$

$5x + 12 = 3x - 15$ $2x = -27$ $x = -13{,}5$

Pour que les deux programmes donnent le même résultat, on doit choisir -13,5.

Exercice 2 ***(10 points)***

Pour s'entraîner au concours des pompiers de Paris, Sam veut se construire une étagère pour la fameuse épreuve de la planche. Il a fait le croquis ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



1. Prouver que l'étagère [AB] est bien perpendiculaire au mur [AC].

2. Pour la découpe de la jambe de force il doit connaître les angles aigus du triangle ABC. Calculer ces deux angles.

1. BC = 1,2 m = 120 cm

Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [BC]

$BC^2 = 120^2 = 14\ 400$

$AB^2 + AC^2 = 96^2 + 72^2 = 14\ 400$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

2. Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

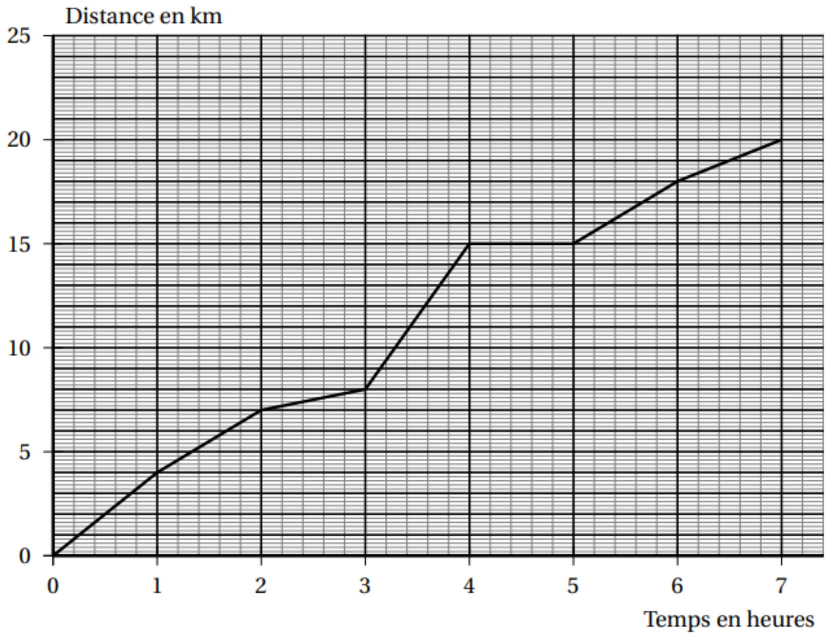
$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$ $\quad \cos \widehat{ABC} = \frac{72}{120}$ $\quad \widehat{ABC} \approx 53°$

$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$ $\quad \sin \widehat{ACB} = \frac{72}{120}$ $\quad \widehat{ACB} \approx 37°$

Remarque : en appliquant le fait que la somme des angles est égale à 180° dans un triangle, nous pouvons vérifier que nos résultats sont cohérents)

<u>Exercice 3</u> ***(16 points)***

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-contre donne la distance parcourue en km en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ?

Ce graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité car ce n'est pas une droite passant par l'origine.

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. *Aucune justification n'est demandée.*

a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

La durée de cette randonnée est de 7 h.

b. Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?

En tout, la famille a parcouru 20 km.

c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ?

Au bout de 6 heures, la famille a parcouru 18 km.

d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

Pour parcourir les 8 premiers km, il leur a fallu 3 h.

e. Que s'est-il passé entre la 4^{e} et la 5^{e} heure de randonnée ?

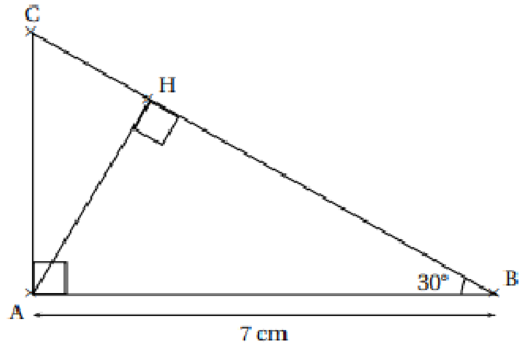
Entre la $4^{ème}$ et $5^{ème}$ heure, ils n'ont plus bougé : ils ont fait une pause.

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Cette famille est-elle expérimentée ?

La famille a parcouru 20 km en 7 h ce qui lui fait une moyenne de $20 \div 7 \approx 2{,}9$ km par heure : cette famille n'est donc pas expérimentée (sa vitesse est inférieure à 4km/h)

<u>Exercice 4</u> ***(16 points)***

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30°$ et AB = 7 cm. H est le pied de la hauteur issue de A.



1. Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant les traits de construction.

2. Démontrer que : AH = 3,5 cm.

Dans le triangle ABH rectangle en H, on a :

$\sin \widehat{HBA} = \frac{AH}{AB}$ $\sin 30° = \frac{AH}{7}$ $AH = \sin 30° \times 7 = 3{,}5$ cm

3. Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.

Dans le triangle ABC la somme des angles est de 180° donc on a :

$\widehat{ACH} = 180° - (90 + 30) = 60°$

Les triangles ABC et HAC ont chacun :

- un angle de 90°
- un angle en commun ($\widehat{ACH} = \widehat{ACB} = 60°$)

donc ce sont des triangles semblables.

4. Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.

Le coefficient de réduction est : $\frac{AH}{AB} = \frac{3{,}5}{7} = 0{,}5$

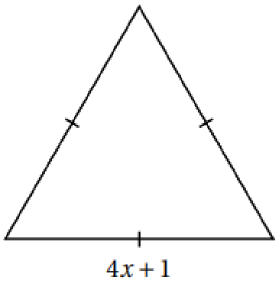
([AH] et [AB] sont homologues

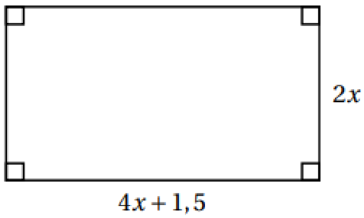
Dans le triangle HAC : [AH] « touche » l'angle droit et ne « touche » pas l'angle de 60°

Ce qui est aussi le cas de [AB] dans le triangle ABC)

Exercice 5 ***(16 points)*** *Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en centimètre.*

On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1. Calculer le périmètre du triangle équilatéral pour $x = 2$.

   Pour $x = 2$, les côtés du triangle équilatéral mesurent : $4×2 + 1 = 9$ cm

   Son périmètre est alors de $9×3 = 27$ cm

2. a. Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

Périmètre du rectangle = $2 × (4x + 1,5 + 2x) = 2× (6x + 1,5) = 12x + 3$

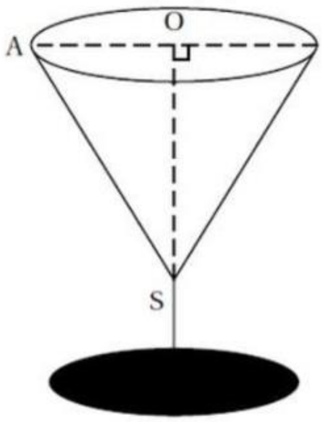
b. Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm ?

$12x + 3 = 18 \quad 12x = 15 \quad x = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1,25$

3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ?

Périmètre du triangle équilatéral = $3 × (4x +1) = 12x + 3$ cm

Les deux figures ont donc toujours le même périmètre ($12x + 3$ cm)



Exercice 6 ***(12 points)***

Un verre a une partie supérieure en forme de cône de révolution de sommet S, de hauteur [OS] telle que OS=9 cm et de rayon [OA] tel que OA = 4cm.

1. Montrer que le volume de ce verre, en cm^3, est égal à 48π.

Aire de la base = $\pi× 4^2 = 16\pi$ cm²

Hauteur = 9 cm

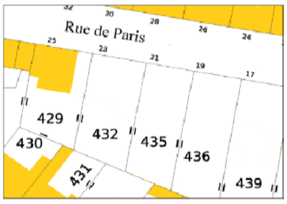
Volume du verre = $\frac{16\pi×9}{3} = 48\pi$ cm^3

2. Avec un litre d'eau combien de fois peut-on remplir complètement ce verre ?

   1 L = 1 000 cm^3

   $1\,000 ÷ (48\pi) \approx 6,7$: avec un litre d'eau, on peut remplir 6 verres complètement.

<u>Exercice 7</u> ***(18 points)***

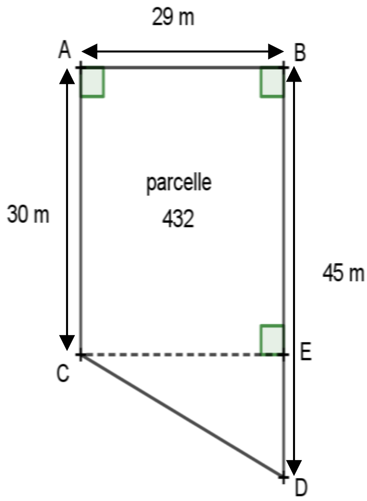


Voici à gauche une représentation du plan cadastral de la rue de Paris. M. Eupéhesse propriétaire de la parcelle 429, habite au numéro 25. Passionné de Golf il vient d'acheter la parcelle 432, située au numéro 23 rue de Paris, pour s'en faire un terrain d'entrainement.

Il doit aménager ce terrain en refaisant entièrement le gazon et en le clôturant complètement.

Le découpage des parcelles a été fait perpendiculairement à la rue, ce qui signifie que la parcelle 432 a la forme d'un trapèze rectangle.

M. Eupéhesse a fait un plan qui n'est pas à l'échelle mais qui indique les longueurs de son nouveau terrain nommé ABCD sur la figure ci-contre.



1. Déterminer l'offre de gazon la plus avantageuse pour M. Eupéhesse.

ABEC a trois angles droits donc c'est un rectangle.

On a : AB = CE = 29 m et AC = BE = 30 m

ED = BD – BE = 15 m

Aire de la parcelle =

$AB\times BE + \dfrac{CE\times ED}{2} = 30 \times 29 + \dfrac{29\times 15}{2} = 1\,087{,}5\ m^2$

Gazon Barenbra

Gazon Primvert

Avec le premier sac Barenbra:

il lui faudra 6 sacs (1 087,5 ÷ 200 5,4375)

Ce qui fait un prix de : 6 × 35,90 = 215,4 euros

Avec le deuxième sac Primvert:

Il lui faudra 7 sac (1 087,5 ÷ 175 ≈ 6,2)

Ce qui fait un prix de : 30,9 ×7 = 216,3 euros

Pour M. Eupéhesse, il vaut mieux acheter le premier gazon soit Barenbra.

2.Il choisit une clôture qui vaut 2,60 € le mètre.

Calculer le coût total pour la clôture de la parcelle 432.(indication : calculer CD)

Dans le triangle CED rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = CE^2 + ED^2$ $CD^2 = 29^2 + 15^2$ $CD^2 = 1\,066$ $CD = \sqrt{1066} \approx 33$ m

Périmètre de la parcelle : 33 + 30 + 29 + 45 = 137 m (environ)

Pour clôturer sa parcelle, il en aura pour : 2,6 × 137 = 356,2 euros