Exercice 1 : On considère les deux programmes de calcul ci-contre :

Programme A	**Programme B**
1. Choisir un nombre. 2. Le multiplier par -2. 3. Ajouter 5 au résultat.	1. Choisir un nombre. 2. Lui soustraire 7. 4. Multiplier le résultat par 3.

1) Vérifier qu'en choisissant 10 au départ avec le programme A, on obtient -15.

$-2\times 10 + 5 = -20 + 5 = -15$: avec 10 comme nombre de départ, on obtient bien -15 comme résultat.

2) Si on choisit $\frac{2}{3}$ comme nombre au départ avec le programme A, quel résultat obtient-on ? On détaillera le calcul effectué.

$-2\times\frac{2}{3} + 5 = -\frac{4}{3} + 5 = -\frac{4}{3} + \frac{15}{3} = \frac{11}{3}$: si on prend $\frac{2}{3}$, on obtient $\frac{11}{3}$.

3) A l'aide d'une feuille de calculs, suivant le nombre choisi, on a calculé les résultats obtenus. Voici le résultat :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	nombre choisi	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat avec le programme A	11	9	7	5	3	1	-1
3	Résultat avec le programme B	-30	-27	-24	-21	-18	-15	-12
4								

a) Une formule a été saisie en B2 et recopiée vers la droite. Quelle est cette formule ?

Formule saisie en B2 : = -2*B1 + 5

b) Quel nombre a-t-on choisi au départ pour obtenir -15 comme résultat avec le programme B ?

Pour obtenir -15 comme résultat avec le programme B, le nombre choisi était 2 (colonne G)

4) Quel nombre faut-il choisir au départ avec le programme A pour obtenir -13 ?

On note x le nombre choisi, on obtient alors avec le programme A : $-2x + 5$

On veut $-2x + 5 = -13$ $\quad -2x = -18 \quad x = 9$:

Pour obtenir -13 avec le programme A, il faut choisir 9 comme nombre de départ.

5) Peut-on trouver un nombre pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat ?

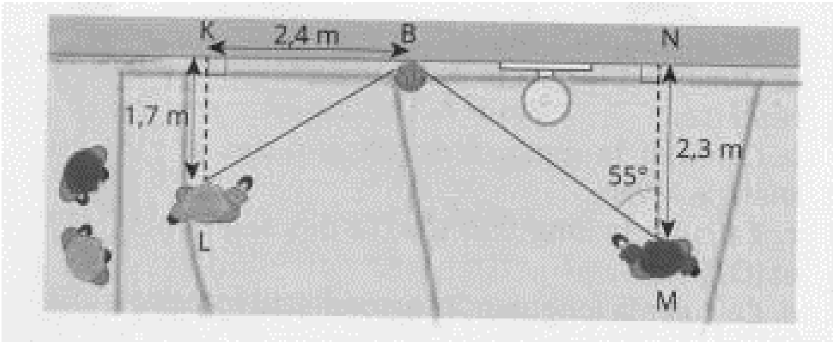
On note x le nombre choisi, alors :

avec le programme A, on obtient : $-2x + 5$ avec le programme B, on obtient : $(x - 7)\times 3 = 3x - 21$

On veut : $-2x + 5 = 3x - 21$

$-2x - 3x = -5 - 21 \qquad -5x = -26 \qquad x = \frac{-26}{-5} \qquad x = 5{,}2$: pour obtenir le même résultat avec les deux programmes, il faut choisir 5,2 comme nombre au départ.

Exercice 2 : Lors d'un match de basket dans la cour, Léo et Marc se disputent le ballon. Léo se situe au point L, Marc au point M, et le ballon au point B.



On a :

- Les triangles BKL et BNM sont rectangles respectivement en K et N.
- BK = 2,4 m KL = 1,7 m MN = 2,3 m
  $\widehat{NMB} = 55°$

1. Calculer BL (arrondir le résultat au cm près).

Dans le triangle BKL rectangle en K, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$BL^2 = KL^2 + KB^2$

$BL^2 = 1,7^2 + 2,4^2$

$BL^2 = 8,65$

$BL = \sqrt{8,65} \approx 2,94$ m

2. Calculer la longueur BM (arrondir le résultat à l'unité).

Dans le triangle BNM rectangle en N, on a :

$\text{Cos } \widehat{BMN} = \frac{MN}{BM}$

$\cos 55° = \frac{2,3}{BM}$

$BM = \frac{2,3}{\cos 55°} \approx 4$ m

3. Léo court à la vitesse de 2 m/s et Marc à 3,5 m/s. Quel joueur arrivera en premier sur le ballon ? Justifier.

Léo :

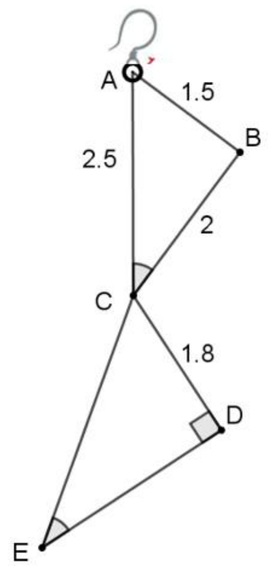
Distance en m	2	2,94
Durée en secondes	1	**1,47**

Marc

Distance en m	3,5	4
Durée en secondes	1	**≈1,14**

C'est donc Marc qui arrivera en premier sur le ballon (1,14 s contre 1,47 s pour Léo)

Exercice 3 : Voici les renseignements, sur cette boucle d'oreilles en argent qui est entouré d'un fil doré.



On a :

- $\widehat{ACB} = \widehat{CED}$
- AB = 1,5 cm   BC = 2 cm AC = 2,5 cm CD = 1,8 cm

1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

Dans le triangle ABC le plus grand côté est [AC]

- $AC^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$
- $AB^2 + BC^2 = 1{,}5^2 + 2^2 = 6{,}25$

On a donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

2) Démontrer que les triangles ABC et ECD sont semblables.

Les triangle ABC et ECD sont semblables car ils ont deux angles de même mesure (un angle droit et un angle de même mesure ($\widehat{CED} = \widehat{ACB}$)

3) Calculer CE et ED.

Les triangles ABC et CDE sont semblables donc leurs côtés sont proportionnels on a donc :

$\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{EC}$ soit $\frac{1{,}5}{1{,}8} = \frac{2}{ED} = \frac{2{,}5}{EC}$

$ED = \frac{2 \times 1{,}8}{1{,}5} = 2{,}4 \text{ cm}$ $EC = \frac{2{,}5 \times 1{,}8}{1{,}5} = 3 \text{ cm}$

4) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ (on arrondira l'angle au degré près)

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a :

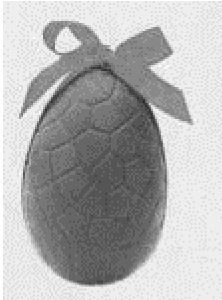
$\cos \widehat{ACB} = \frac{BC}{AC}$ (remarque connaissant les trois côtés, on pouvait aussi utilise sin ou tan)

$\cos \widehat{ACB} = \frac{2}{2{,}5}$ $\widehat{ACB} \approx 37°$

5) Calculer la longueur de fil doré nécessaire pour entourer la boucle d'oreilles.

Longueur du fil doré : AB + BC + CD + DE + EC + CA = 1,5 + 2 + 1,8 + 2,4 + 3 + 2,5 = 13,2 cm

Exercice 4 : Un chocolatier vient de fabriquer 390 oeufs de Pâques et 455 poissons en chocolat. Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon à ce que :



- Tous les paquets aient la même composition
- Après la mise en paquet, il ne reste ni oeufs ni poissons.

1) Décomposer en produit de facteurs premiers 390 et 455.

   390 = $39\times10 = 3\times13\times2\times5$

   455= $5\times91 = 5\times7\times13$

2) Le chocolatier peut-il faire 26 paquets ? Justifier la réponse.

Pour qu'il ne reste ni œufs ni poissons et que tous les paquets aient la même décomposition, le nombre doit diviser 390 ET 455.

   26 = 2×13 : 26 ne divise pas 455 (on ne retrouve pas 26 dans la décomposition de 455) donc on ne peut pas faire 26 paquets.

3) Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas quelle sera la composition de chaque paquet ?

390 = $3\times13\times2\times5$ 455= $5\times7\times13$

On veut un diviseur commun à 390 et 455 et qu'il soit le plus grand possible : c'est donc $5\times13 = 65$

On peut faire au maximum 65 paquets : dans chaque paquet, il y aura 6 œufs et 7 poissons.

4) Il réalise un nombre de paquets compris entre 10 et 20. Combien de paquets a-t-il réalisés ?

On veut un diviseur commun à 390 et 455 et que ce nombre soit compris entre 10 et 20 :

La seule possibilité est 13 (seul nombre que l'on trouve dans le deux décompositions compris entre 10 et 20). Le chocolatier a donc réaliser 13 paquets.

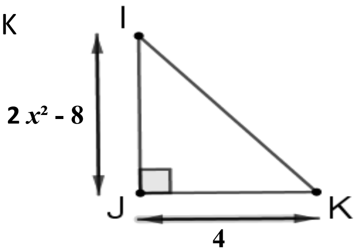
Exercice 5 :

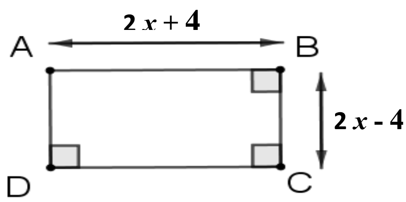
On considère le rectangle ABCD et le triangle IJK ci-contre.

x désigne un nombre plus grand que 2.

Les longueurs sont exprimées en cm.

Dans cette question x = 10 cm. Calculer alors l'aire du rectangle ABCD et l'aire du triangle OJK.





1. Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle ABCD et l'aire du triangle IJK.

   Aire ABCD = AB×BC = $(2\times10 + 4) \times (2\times10 - 4) = 384$ cm²

   Aire IJK = $\dfrac{IJ\times JK}{2} = \dfrac{(2\times10^2 - 8)\times 4}{2} = 384$ cm²

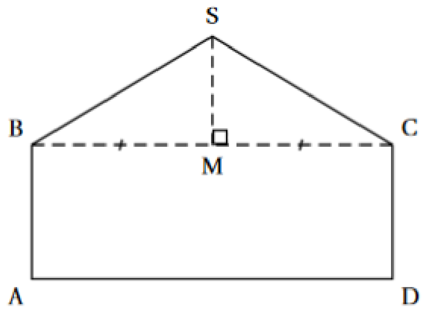
2. Démontrer que l'aire du rectangle ABCD est toujours égale à l'aire du triangle IJK.

Aire ABCD = AB×BC = $(2x + 4)\times(2x - 4) = 4x^2 - 16$

Aire IJK = $\dfrac{IJ\times JK}{2} = \dfrac{(2x^2 - 8)\times 4}{2} = (2x^2 - 8)\times2 = 4x^2 - 16$

Les deux figures ont donc bien toujours la même aire ($4x^2 - 16$ cm²)

Exercice 6 : Monsieur Duchêne veut recouvrir de bois la façade nord de son atelier. Cette façade ne comporte pas d'ouverture. On donne :



Façade nord de l'atelier

- AD = 6 m ; AB = 2,20 m et SM = 1,80 m.
- M est le milieu de [BC].
- ABCD est un rectangle

1) Montrer que l'aire de la façade ABSCD de l'atelier est de 18,6 m².

ABCD est un rectangle donc AB = CD = 2,20 m BC = AD = 6m

Aire de la façade :

Aire SBC + aire ABCD $= \frac{BC \times MS}{2} + AB \times BC = \frac{6 \times 1,80}{2} + 2,20 \times 6 = 18,6\ m^2$

2) Les planches de bois qui serviront à recouvrir cette façade sont conditionnées par lots. Un lot permet de couvrir une surface de 1,2 m². Un lot est vendu 49 €.

Si monsieur Duchêne achète le minimum de lots nécessaire, combien paiera-t-il ?

1 lot recouvre 1,2 m² donc pour 18,6 m², il faut : 18,6 ÷ 1,2 = 15,5 soit 16 lots

1 lot coûte 49 € donc pour 16 lots, on paie $16 \times 49 = 784$ €

3) Monsieur Duchêne a une remise de 12% sur la somme à payer. Combien, finalement, paira-t-il ?

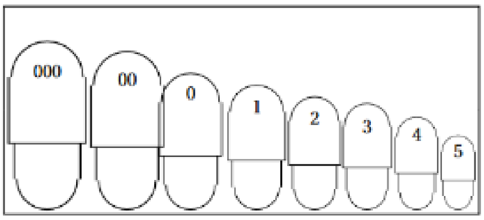
Monsieur Duchêne a une remise de 12% donc il a une remise de : $\frac{12}{100} \times 784 = 94,08$ €

Au final, il paie donc : 784 – 94,08 = 689,92 €

Autre méthode : si il a une remise de 12%, il paie 88% (100 -12 = 88)

Donc il paie : $\frac{88}{100} \times 784 = 689,92$ €

Exercice 7 : La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

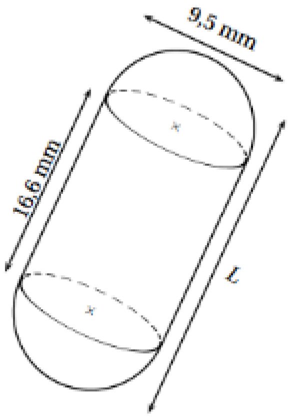


On trouve des gélules de différentes calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :

Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur L de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre :



Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

1. A quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.

   On a : L = 16,6 + 9,5 = 26,1 mm ce qui correspond au calibre 000

2. Montrer qu'une valeur arrondie du volume de la gélule est de 1 626 mm^3.

   Le diamètre des demi-sphères est 9,5 mm donc le rayon est de 4,75 mm.

   Volume de la gélule :

   Volume des deux demi-sphères + volume du cylindre

   $\frac{4}{3} \times \pi \times 4{,}75^3 + \pi \times 4{,}75^2 \times 16{,}6 \approx 1\,626$ mm^3

3. Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-contre. Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de 0,000 615 g/mm^3.

La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ? Donner le résultat en gramme arrondi à l'unité.

La boîte contient 3 plaquettes de 6 gélules ce qui fait au total $6 \times 3 = 18$ gélules ce qui correspond à une masse de : $18 \times 1\,626 = 29\,268$ mm^3

Masse en g	0,000 615	≈18
Volume en mm^3	1	29 268

Robert a absorbé environ 18 g d'antibiotique.