

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2024

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

| | |
|------------|-----------|
| Exercice 1 | 18 points |
| Exercice 2 | 10 points |
| Exercice 3 | 10 points |
| Exercice 4 | 20 points |
| Exercice 5 | 12 points |
| Exercice 6 | 12 points |
| Exercice 7 | 18 points |

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 (18 points) :

Eric dit à Zoé : « choisis un nombre, calcule son triple et ajoute 1 au résultat ; calcule alors le carré du nombre obtenu et termine par soustraire 4 ».

1. Quel résultat trouvera Zoé si elle choisit -5 au départ?
2. Eric, qui choisit x comme nombre de départ, propose alors trois expressions dont l'une correspond au programme de calcul qu'il doit faire. Voici les 3 expressions :

$$A = 4 - (3x + 1)^2 \quad B = (3x + 1)^2 - 4 \quad C = (x + 3)^2 - 4$$

Quelle expression Zoé doit-elle choisir ? (aucune justification n'est demandée)

3. On considère l'expression $E = (3x - 1)(3x + 3)$.
 - a. Montrer que E est égale à l'expression choisie à la question 2.
 - b. Résoudre l'équation $(3x - 1)(3x + 3) = 0$
4. Zoé rejoue, elle choisit un nombre entier et trouve alors 0. Quel(s) nombre(s) a-t-elle choisi ?

Exercice 2 (10 points):

1. Décomposer 102 et 85 en produit de facteurs premiers.
2. Donner 3 diviseurs de 102.
3. Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm et 102 cm.
Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées.
Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure et un côté mesure un nombre entier de cm.
 - a. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier.
 - b. Combien doivent mesurer les côtés des étiquettes ?

Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice 3 (10 points):

1. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier

Affirmation 1 : La décomposition en produit de facteurs premiers de 360 est $2 \times 5 \times 6^2$

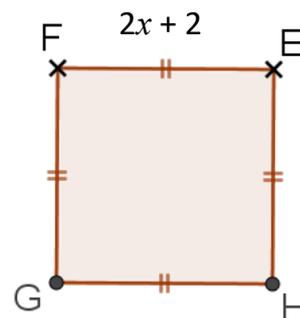
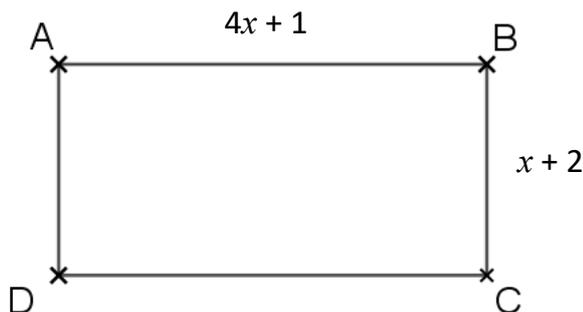
Affirmation 2 : 2^{40} est le double de 2^{39}

Affirmation 3 : Pour tous les nombres x , on a : $(2x - 3)^2 = 4x(x - 3) + 9$

2. Calculer en détaillant les calculs : $\frac{2}{3} - \frac{35}{3} \times \frac{4}{21}$

Exercice 4 (20 points) : On considère les figures suivantes, les longueurs sont en cm :

- x désigne un nombre positif.
- ABCD est un rectangle tel que :
 $AB = 4x + 1$ et $BC = x + 2$
- FEHG est un carré dont le côté mesure : $2x + 2$ cm.



Première partie : les aires

1. Montrer que l'aire du rectangle ABCD peut s'écrire $4x^2 + 9x + 2$
2. Montrer que l'aire du carré peut s'écrire sous la forme $4x^2 + 8x + 4$.
3. Raphaël souhaite comparer les aires de ces deux figures. Pour cela, il a utilisé une feuille de tableur dont voici une copie :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|-------------|---|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | $4x^2+8x+4$ | 4 | 16 | 36 | 64 | 100 | 144 | 196 | 256 |
| 3 | $4x^2+9x+2$ | 2 | 15 | 36 | 65 | 102 | 147 | 200 | 261 |
| 4 | | | | | | | | | |

- a. Quelle formule a-t-il tapée en B2 afin de pouvoir l'étirer sur la ligne 2 ?
- b. Quelle formule a-t-il tapée en B3 afin de pouvoir l'étirer sur la ligne 3 ?
- c. A l'aide du tableau, pour quelle(s) valeur(s) de x les deux figures ont-elles la même aire ?

Deuxième Partie : les périmètres

Nathanaël, lui, a voulu étudier les figures par rapport à leur périmètre.

- 1) Exprime le périmètre du rectangle ABCD en fonction de x .
- 2) Exprime le périmètre du carré FEHG en fonction de x .
- 3) Pour quelle valeur de x les deux figures ont-elles le même périmètre ?

Exercice 5 (12 points) :

La distance entre le phare P du cap N'Doua et ponton O de la tribu de Ouara est à égale à environ 4,65 km.

La bouée Aval située en A se trouve à 2,79 km du phare et à 3,72 km du ponton.

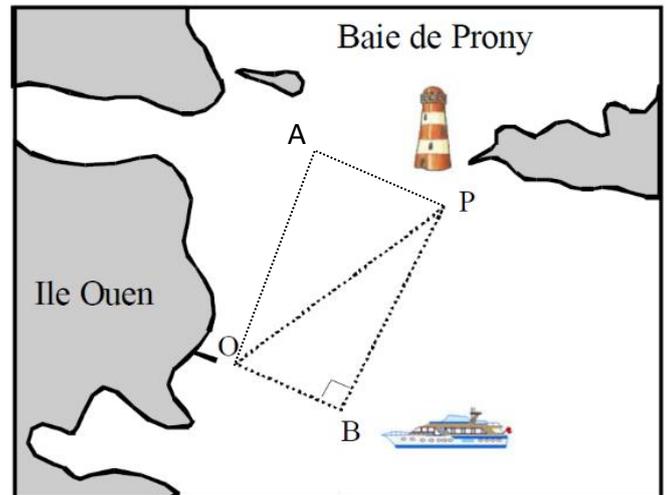
Un bateau B se trouve au large de ce ponton.

- 1) Le triangle OPA est-il rectangle ?

Le triangle OPB est rectangle en B et des visées

ont permis d'établir que l'angle \widehat{OPB} mesure 30° .

- 2) Montrer que la distance séparant le bateau B du ponton O est égale à 2 325 m.
- 3) Sachant que la bateau B se déplace à 15,5 km/h, déterminer le temps (en minutes) qu'il lui faudra pour rejoindre le ponton O.



Cette figure est donnée à titre indicatif et n'est pas en vraie grandeur.

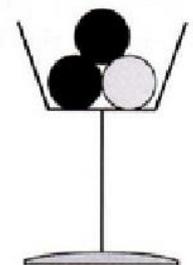
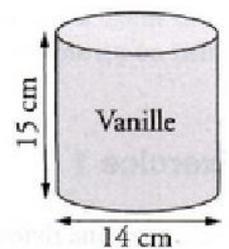
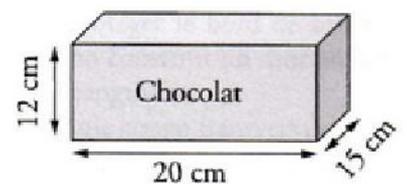
Exercice 6 (12 points):

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm. Le pot de glace au chocolat ayant une forme d'un parallélépipède rectangle, est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.

Rappels : Volume cylindre = aire de la base \times hauteur Volume boule = $\frac{4}{3} \pi r^3$

1. a. Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est de $3\,600\text{ cm}^3$.
b. Calculer la valeur arrondi au cm^3 du volume d'un pot de vanille.
2. Calculer la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule contenu dans la coupe.
3. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolats et de pots à la vanille ?



Exercice 7 (18 points):

Document 1. Croquis d'un portique

Vue d'ensemble

Vue de côté

ABC est un triangle isocèle en A.
 H est le milieu de [BC].
 (MN) est parallèle à (BC).

— : poutres en bois de diamètre 100 mm.
 : barres de maintien latérales en bois.

Document 2. Coût du matériel

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité ;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité ;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité ;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité ;

Ensemble des fixations nécessaires pour un portique : 80 €.
 Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

- Déterminer la longueur AH du portique, arrondie au cm près.
- Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet (AN = 165 cm).
 Les droites (MN) et (BC) sont parallèles donc on a : $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$
 - Justifier pourquoi les triangles AMN et ABC sont des triangles semblables
 - Calculer MN (arrondir le résultat au cm près)
- Montrer que le coût minimal pour un tel portique équipé de balançoire s'élève à 196,98€.
- L'entreprise veut vendre ce portique équipé de 20% plus cher que son coût minimal. Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.
- Pour des raisons de sécurité, l'angle \widehat{BAC} doit être compris entre 45° et 55°.
 Ce portique respecte-t-il cette condition ?