Correction de l'épreuve de mathématiques
du DNB du 28 juin 2018

Exercice 1 :

1) La latitude de Pyeongchang est d'environ 35°Nord et sa longitude d'environ 125°Est.

2) $V_1=\frac{4}{3}\times\pi\times\left(\frac{23}{2}\right)^3\approx 6371\,cm^3$ La boule a bien un volume d'environ 6371cm³.

3) $V_2=\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^2\times 23\approx 650\,cm^3$ Le cylindre a un volume d'environ 650cm³.

$\frac{V_1}{V_1+V_2}\approx\frac{6371}{6371+650}\approx 0{,}91$

Le volume de la boule représente bien environ 90 % du volume total du trophée.

Exercice 2 :

1) La moyenne pour Lyon est de 72,5 µg/m³.

$\frac{32+33+\ldots+89}{10}=\frac{634}{10}=63{,}4$ µg/m³. Celle pour Grenoble est de 63,4 µg/m³.

La moyenne la plus élevée est donc celle de Lyon.

2) $107-22=85$ L'étendue pour Lyon est de 85 µg/m³.

$89-32=57$ L'étendue pour Grenoble est de 57 µg/m³.

L'étendue la plus importante est celle de Lyon, les concentration y on beaucoup plus varié. Sans doute est-ce dû à la géographie, Grenoble étant dans une vallée en montagne, l'air y est moins souvent renouvelé.

3) La médiane pour Lyon est de 83,5 µg/m³ donc pendant la moitié des jours (5 jours), la concentration a été supérieure à 83,5 µg/m³. Donc pendant au moins 5 jours, cette concentration a été supérieure à 80 µg/m³.

Exercice 3 :

1) $\frac{125}{375}=\frac{5\times 25}{3\times 5\times 25}=\frac{1}{3}$ La probabilité qu'il écoute du rap est de $\frac{1}{3}$.

2) Notons x le nombre de morceaux de rock de Théo. On a $\frac{x}{375}=\frac{7}{15}$ donc $x=\frac{7}{15}\times 375=175$

Théo a 175 morceaux de rock.

3) La probabilité qu'Alice écoute du rock est de 40 %, celle de Théo de $\frac{7}{15}$.

$\frac{7}{15}\approx 0{,}47$ Donc la probabilité pour Théo est d'environ 47 % :

Théo a le plus de chance d'écouter du rock.

Exercice 4 :

1) BCD est rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2+BD^2=CD^2$ donc $7{,}5^2+BD^2=8{,}5^2$ $56{,}25+BD^2=72{,}25$

$BD^2=72{,}25-56{,}25$ $BD^2=16$ $BD=\sqrt{16}$ $BD=4\,cm$

2) Calculons les rapport de longueurs :

$\frac{FE}{BD}=\frac{3{,}2}{4}=0{,}8$ $\frac{BE}{CD}=\frac{6{,}8}{8{,}5}=0{,}8$ $\frac{BF}{BC}=6:7{,}5=0{,}8$

Les 3 rapports sont égaux, donc les côtés des 2 triangles sont proportionnels : CBD et BFE sont semblables.

3) CBD et BFE sont semblables donc ils ont les mêmes angles. CBD est rectangle, donc BFE l'est aussi, et comme son côté le plus long est [BE], il est rectangle en F : $\widehat{BFE}$ est droit.

4) Dans BCD rectangle en B : $\cos(\widehat{BCD})=\frac{BC}{CD}=\frac{7{,}5}{8{,}5}$ donc $\widehat{BCD}\approx 28^\circ$

$\widehat{ACD}=\widehat{ACB}+\widehat{BCD}\approx 61+28\approx 89^\circ$ $\widehat{ACD}$ n'est pas un angle droit.

Exercice 5 :

1) $((-1)\times 4+8)\times 2=(-4+8)\times 2=4\times 2=8$ Pour -1 on obtient bien 8.

2) Notons x le nombre de départ : on a $(4x+8)\times 2=30$

donc $4x+2=15$ $4x=7$ $x=\frac{7}{4}$ Pour obtenir 30, il faut choisir 1,75.

3) Développons ces 2 expressions :

$$\begin{aligned} A&=2(4x+8)\\ &=2\times 4x+2\times 8\\ &=8x+16 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} B&=(4+x)^2-x^2\\ &=4^2+2\times 4\times x+x^2-x^2\\ &=16+8x \end{aligned}$$

On a bien A=B quelle que soit la valeur de x.

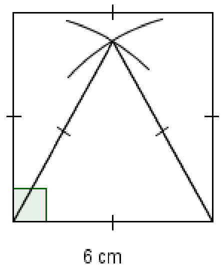
4) L’affirmation 1 est fausse : si on choisit -4 comme nombre de départ, on obtient $8\times(-4)+16=-32+16=-16$ qui est un nombre négatif.

L’affirmation 2 est vraie : $A=8x+16=8\times x+8\times 2=8(x+2)$

donc si x est un nombre entier, alors $x+2$ l’est aussi et $8(x+2)$ est bien un multiple de 8.

Exercice 6 :

1) a) 1 cm représente 50 pixels, donc 300 pixels correspondent à 6cm.



b) Les nouvelles coordonnées du stylo sont (50 ; 0).

2) L’instruction de la ligne 9 devient : « Mettre Longueur à 200 ».

3) a) Il s’agit d’une homothétie de rapport $\frac{200}{300}=\frac{2}{3}$.

b) Les dimensions sont multipliées par $\frac{2}{3}$ donc les aires sont multipliées par $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$

Exercice 7 :

1) La représentation est une droite qui ne passe pas par l’origine, donc le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels.

2) a) La vitesse de rotation initiale est de 20 tours/s.

b) 1min et 20s, c’est 80s. Au bout de 80s, la vitesse de rotation est de 3 tours/s.

c) Le hand-spinner s’arrête quand sa vitesse devient nulle, c’est à dire au bout d’environ 94s ou 1min34s.

3) a) $V(30)=-0{,}214\times 30+20=13{,}58$ Au bout de 30s, la vitesse de rotation est de 13,58 tours/s.

b) On cherche le temps t pour lequel $V(t)=0$:

$-0{,}214t+20=0$ $0{,}214t=20$ $t=\frac{20}{0{,}214}$ $t\approx 93{,}5$

Le hand-spinner s’arrête au bout d’environ 93,5s soit 1min33,5s.

c) pour V_0 donnée comme vitesse initiale, on a $-0{,}214t+V_0=0$ donc $t=\frac{V_0}{-0{,}214}$

pour $2V_0$, on a $-0{,}214t'+2V_0=0$ donc $t'=\frac{2V_0}{-0{,}214}$ et on a bien $t'=2t$.

Il est bien vrai que si le hand-spinner tourne 2 fois plus vite au départ, il mettra 2 fois plus de temps à s’arrêter.