

Nom :
Prénom :
Classe :

Mardi 8 Mars 2016

BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES 2

Durée de l'épreuve : 2 heures. Aucune sortie anticipée n'est autorisée.

Toutes les réponses seront soigneusement justifiées et tous les calculs détaillés, sauf mention contraire.

La propreté, la présentation et la rigueur de la rédaction seront notées sur 4 points.

Le sujet comporte 7 exercices et une annexe, notés sur 6 pages.

Attention : l'annexe est à rendre obligatoirement avec votre copie !

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le matériel autorisé est propre à chaque élève. Aucun échange de matériel ne sera accepté.

Exercice 1 (5 pts)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, 3 réponses sont proposées et une seule est exacte.

Noter sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1) $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
2) quand $x = -2$, l'expression $2x^2 - 5x + 3$ est égale à :	-15	1	21
3) l'expression réduite de $2x - 2(5x - 3)$ est :	$-8x - 3$	$-8x + 6$	$-8x - 6$
4) l'écriture scientifique de 0,246 est :	$2,46 \times 10^1$	$24,6 \times 10^{-2}$	$2,46 \times 10^{-1}$
5) $\frac{7^3 \times 7^{-5}}{7^6}$ est égal à :	7^{-8}	1,734	7^{-4}

Exercice 2 (4,5 pts)

Les « 24 heures du Mans » est le nom d'une course automobile.

Document 1 : principe de la course Les voitures tournent sur un circuit pendant 24 heures. la voiture gagnante est celle qui a parcouru la plus grande distance.	Document 2 : Schéma du circuit 
Document 3 : article extrait d'un journal 5 405,470 C'est le nombre de kilomètres parcourus par l'Audi R15+ à l'issue de la course.	Document 4 : unités anglo-saxonnes L'unité de mesure utilisée par les anglo-saxons est le mile par heure (mile per hour) noté mph. $1 \text{ mile} \approx 1\,609 \text{ mètres}$

A l'aide des documents fournis :

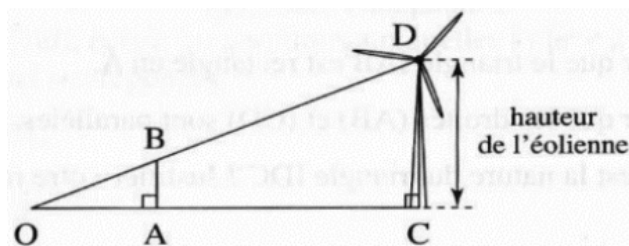
- Déterminer le nombre de tours complets que la voiture Audi R15+ a effectués lors de cette course.
- Calculer la vitesse moyenne en km/h de cette voiture. Arrondir à l'unité.
- On relève la vitesse de deux voitures au même moment :
Vitesse de la voiture n°37 : 205 mph.
Vitesse de la voiture n°38 : 310 km/h.
Quelle est la voiture la plus rapide ?

Exercice 3 (4,5 pts)

Tous les résultats seront arrondis au dixième.

Pour trouver la hauteur d'une éolienne on a les résultats suivants :

- Le schéma n'est pas représenté en vraie grandeur.
- Les points O, A et C sont alignés.
- Les points O, B et D sont alignés.
- $OA = 1,1$ m, $AC = 20,9$ m et $AB = 1,5$ m.
- Les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ACD}$ sont droits.
- Le segment [CD] représente l'éolienne.



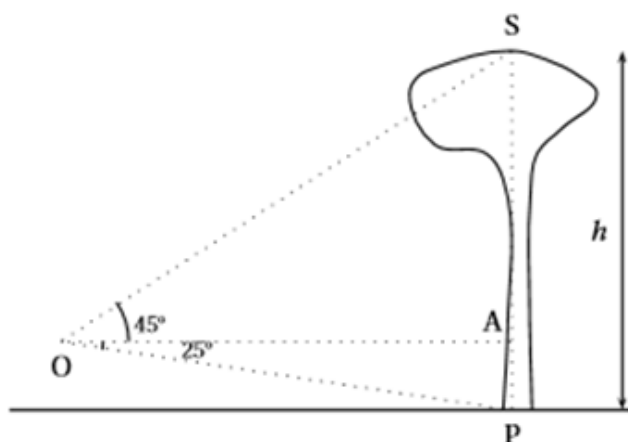
- 1) Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
- 2) Calculer la hauteur CD de l'éolienne en justifiant la réponse.
- 3) Pour stabiliser l'éolienne avant de la fixer, on a tendu un câble entre les points O et D. calculer la longueur de ce câble.



Exercice 4 (8 pts)

Des ingénieurs de l'Office National des Forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente.

1. Dans un premier temps, ils estiment la hauteur des arbres de ce lot, en plaçant leur œil au point O.



Ils ont relevé les données suivantes :

$$OA = 15\text{m}$$

$$\widehat{SAO} = 90^\circ, \widehat{SOA} = 45^\circ \text{ et } \widehat{AOP} = 25^\circ$$

Calculer la hauteur h de l'arbre (arrondie au mètre)

2. Dans un second temps, ils effectuent une mesure de diamètre sur chaque arbre et répertorient toutes les données dans la feuille de calculs suivantes :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Diamètre (cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	
2	Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	11	4	3	

- a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule M2 pour obtenir le nombre total d'arbre ?
- b. Calculer, en centimètres, le diamètre moyen de ce lot. On arrondira ce résultat à l'unité.

3. Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètres cubes, on utilise la formule suivante :

$$V = \frac{10}{24} \times D^2 \times h \text{ où } D \text{ est le diamètre moyen d'un pin en mètres et } h \text{ est la hauteur en mètres.}$$

Le lot est composé de 92 arbres de même hauteur 22 m dont le diamètre moyen est 57 cm.

Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ? On arrondira à l'euro.

Exercice 5 (5 pts)

On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

- Choisir un nombre
- Soustraire 0,5
- Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ

Programme B :

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Multiplier le résultat par 2
- Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ

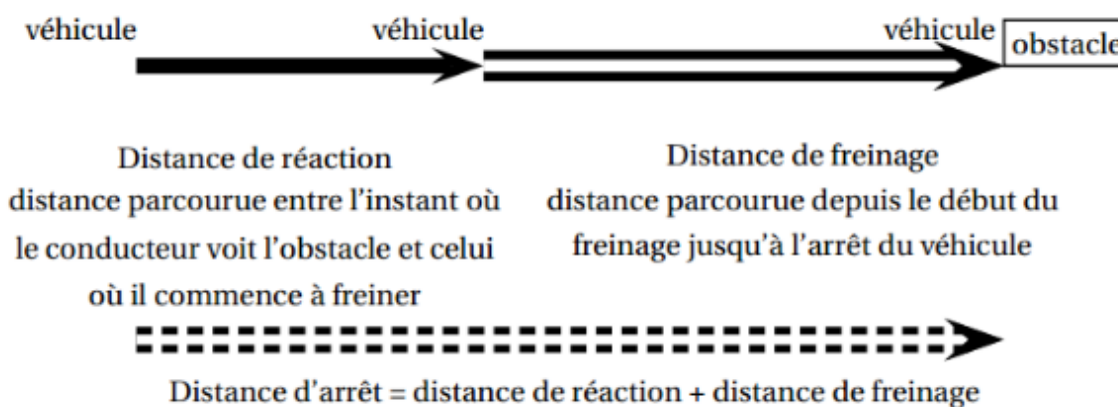
1. a. Montrer que si l'on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
b. Appliquer le programme B au nombre 10.
2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

- a. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas ?
 - b. Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?
 - c. Prouver cette conjecture.
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces deux programmes ?

Exercice 6 (5 pts)

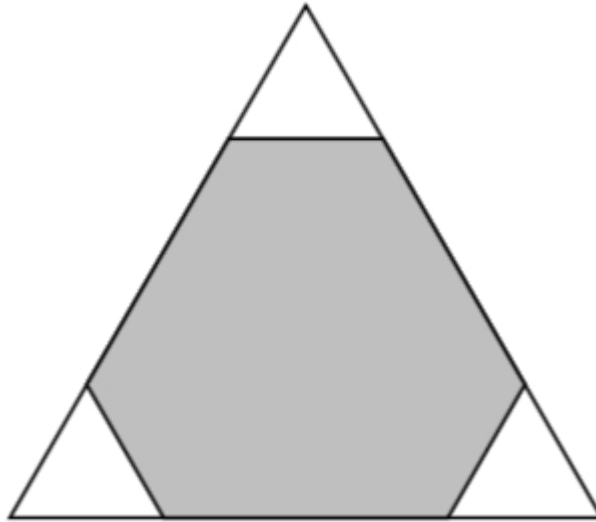
La distance parcourue par un véhicule entre le moment où le conducteur voit un obstacle et l'arrêt complet du véhicule est schématisée ci-dessous.



1. Un scooter roulant à 45 km/h freine en urgence pour éviter un obstacle. À cette vitesse, la distance de réaction est égale à 12,5 m et la distance de freinage à 10 m. Quelle est la distance d'arrêt ?
2. Les deux graphiques, donnés en annexe (dernière page du sujet) représentent, dans des conditions normales et sur route sèche, la distance de réaction et la distance de freinage en fonction de la vitesse du véhicule. En utilisant ces graphiques, répondre aux questions suivantes :
 - a. La distance de réaction est de 15 m. À quelle vitesse roule-t-on ? Justifier votre réponse par un tracé judicieux sur l'un des deux graphiques de l'annexe.
 - b. La distance de freinage du conducteur est-elle proportionnelle à la vitesse de son véhicule ?
 - c. Déterminer la distance d'arrêt pour une voiture roulant à 90 km/h.

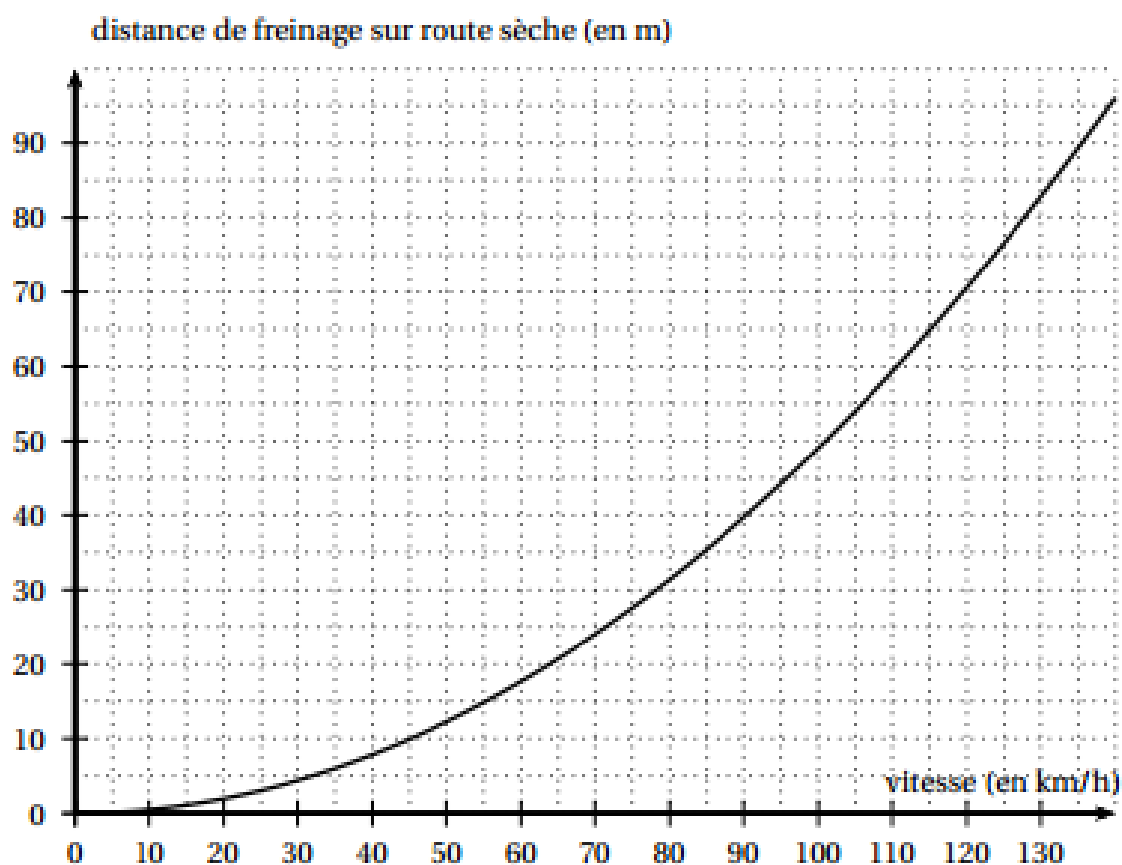
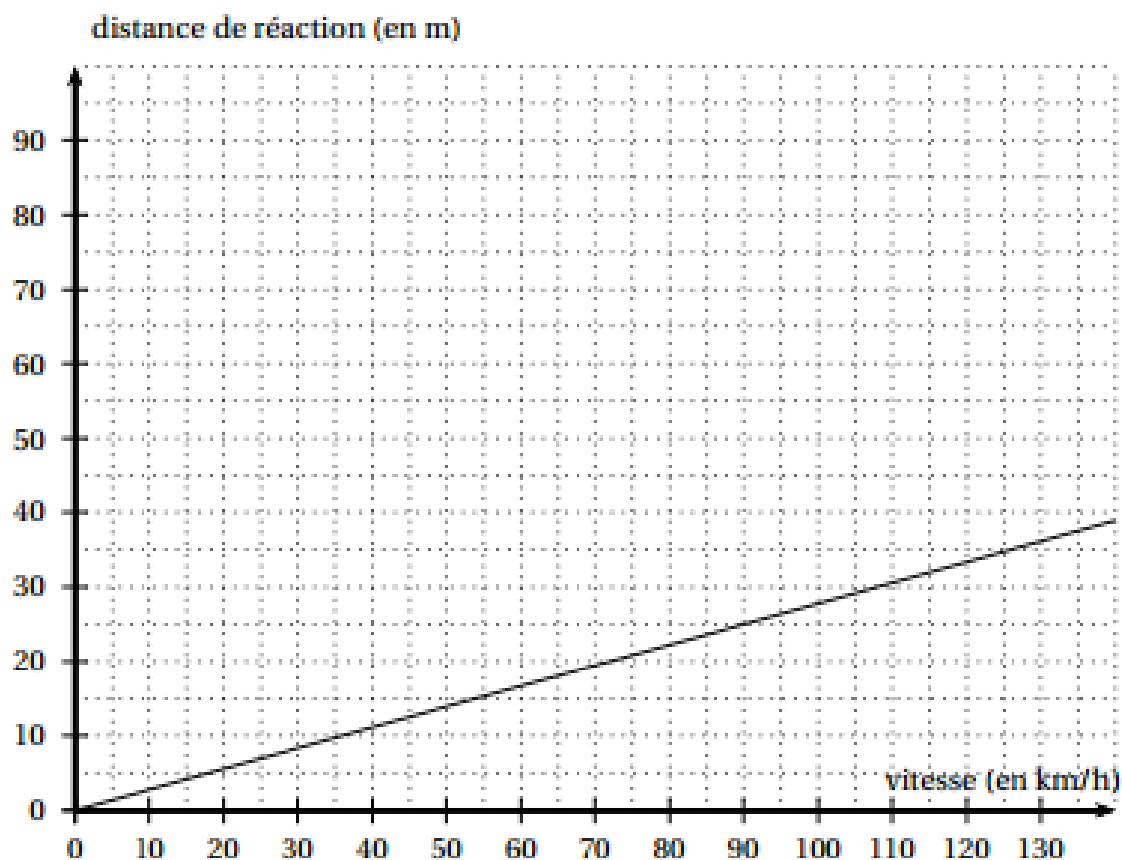
Exercice 7 (4 pts)

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone gris restant. Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?



ANNEXE : Exercice 6 (graphiques de la question 2).

Numéro candidat :



Exercice 1 :

$$1) \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$$

Réponse C

$$2) 2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 3 = 2 \times 4 + 10 + 3 = 8 + 10 + 3 = 21$$

Réponse C

$$3) 2x - 2(5x - 3) = 2x - 2 \times 5x + 2 \times 3 = 2x - 10x + 6 = -8x + 6$$

Réponse B

$$4) 0,256 = 2,56 \times 10^{-1}$$

Réponse C

$$5) \frac{7^3 \times 7^{-5}}{7^6} = 7^{(3-5-6)} = 7^{-8}$$

Réponse A.

Exercice 2 :

$$1) 5\,405,47 : 13,629 \approx 396,6 \quad \text{La voiture a parcouru } \underline{396 \text{ tours}} \text{ complets.}$$

$$2) 5\,405,47 : 24 \approx 225 \quad \text{Sa vitesse moyenne a été de } 225 \text{ km/h.}$$

$$3) 205 \times 1,609 = 329,045 \quad \underline{\text{La voiture n}^\circ 37} \text{ a donc roulé à } 329 \text{ km/h de moyenne, c'est elle la plus rapide.}$$

Exercice 3 :

$$1) (AB) \perp (OC) \text{ et } (CD) \perp (OC)$$

si 2 droites sont perpendiculaires à une même 3ème, alors elles sont parallèles, donc (AB) // (CD).

$$2) \text{ Dans le triangle OBC, } A \in (OC), B \in (OD) \text{ et } (AB) // (CD), \text{ donc, d'après le théorème de Thalès :}$$

$$\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} \quad \text{ainsi : } \frac{1,5}{22} = \frac{1,1}{CD} \quad 1,1 \times CD = 1,5 \times 22 \quad \text{donc } CD = \frac{1,5 \times 22}{1,1} \quad CD = 30.$$

L'éolienne mesure 30 m.

$$3) \text{ OCD est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore : } OD^2 = OC^2 + CD^2 \quad \text{donc } OD^2 = 22^2 + 30^2$$

$$OD^2 = 484 + 900 \quad OD^2 = 1384 \quad OD = \sqrt{1384} \quad OD \approx 37,2 \quad \underline{\text{Le câble mesure environ } 37,2 \text{ m.}}$$

Exercice 4 :

$$1) \text{ Dans les triangles ASO et OPA rectangles en A,}$$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} \quad \text{et } \tan \widehat{POA} = \frac{PA}{OA}$$

$$\text{c'est à dire } \tan 45 = \frac{SA}{15} \quad \text{et } \tan 25 = \frac{PA}{15}$$

$$\text{donc } SA = 15 \tan 45 \text{ et } PA = 15 \tan 25 \quad \text{D'où : } SA = 15 \text{ m et } PA \approx 7 \text{ m.}$$

$$\text{Comme les points S, A et P sont alignés dans cet ordre : } h = SA + PA \quad h \approx 15 + 7 \quad h \approx 22 \text{ m.}$$

L'arbre mesure environ 22 m.

$$2) \text{ Il faut saisir la formule : } \underline{=SOMME(B2:L2)}$$

$$3) \frac{2 \times 30 + 4 \times 35 + 8 \times 40 + 9 \times 45 + 10 \times 50 + 12 \times 55 + 14 \times 60 + 15 \times 65 + 11 \times 70 + 4 \times 75 + 3 \times 80}{2 + 4 + 8 + 9 + 10 + 12 + 14 + 15 + 11 + 4 + 3} \approx 57 \quad \underline{\text{Le}}$$

diamètre moyen est donc de 57 cm.

$$4) V = \frac{10}{24} \times 0,57^2 \times 22 = 2,97825 \quad \text{Le volume d'un pin est de } 2,97825 \text{ m}^3.$$

$$2,97825 \times 92 = 273,999 \quad \text{Le volume total est de } 273,999 \text{ m}^3$$

$$273,999 \times 70 = 19179,93$$

La vente rapportera donc environ 19 180€.

Exercice 5 :

- 1) a) $10 - 0,5 = 9,5$; $9,5 \times 2 \times 10 = 190$. On trouve bien 190 si l'on applique le programme A au nombre 10.
- b) $10^2 = 100$; $100 \times 2 = 200$; $200 - 10 = 190$. On trouve 190 si on applique le programme B au nombre 10.
- 2) a) On a saisi : $=A2^2*2-A2$ ou $=A2*A2*2-A2$
- b) Il semble que les 2 programmes de calcul donnent le même résultat, quel que soit le nombre choisi.
- c) Notons x le nombre choisi au départ :
 Programme A : $(x - 0,5) \times 2x = 2x^2 - 0,5 \times 2x = 2x^2 - x$
 Programme B : $2x^2 - x$ On a bien la même expression réduite : la conjecture est vraie.
- 3) Partons de l'expression factorisée (celle de A) : on cherche x pour avoir : $(x - 0,5) \times 2x = 0$
 Un produit est nul si l'un, au moins de ses facteurs est nul : $x - 0,5 = 0$ ou $2x = 0$
 Ainsi : $x = 0,5$ ou $x = 0$.
Il faut choisir 0 ou 0,5 pour obtenir 0.

Exercice 6 :

- 1) $12,5 + 10 = 22,5$; La distance d'arrêt est de 22,50m.
- 2) a) Si la distance de réaction est de 15 m, alors on roule à environ 55km/h.
 b) La représentation n'est pas une droite
La distance de freinage du conducteur n'est pas proportionnelle à la vitesse de son véhicule.
 c) La distance de réaction est de 25m, et la distance de freinage de 40m. $25 + 40 = 65$ m.
La distance d'arrêt pour une voiture roulant à 90 km/h est de 65m.

Exercice 7 :

Notons x la longueur du côté d'un petit triangle.

Le périmètre d'un petit triangle est donc $3x$, et la somme des périmètres des 3 petits triangles est $3 \times 3x = 9x$.
 Sur la longueur d'un côté du grand triangle, on trouve 2 fois la longueur x , donc la longueur d'un grand côté de l'hexagone est $6 - 2x$.

Le périmètre de l'hexagone est donc : $3x + 3 \times (6 - 2x)$.

Il nous reste à résoudre l'équation : $9x = 3x + 3 \times (6 - 2x)$

$$9x = 3x + 18 - 6x$$

$$9x = 18 - 3x$$

$$9x + 3x = 18$$

$$12x = 18$$

$$\text{donc } x = \frac{18}{12} \quad x = 1,5 \text{cm.}$$

Le côté des petits triangles doit donc être de 1,5cm.