MÉTROPOLE JUIN 2016 - BREVET

CORRECTION DE L'ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Exercice 1

1. $\dfrac{27}{27+473} = 0,054$
   La probabilité que le composant prélevé au hasard parmi ceux provenant de l'usine A soit défectueux est $0,054$.

2. Il y a $27+38=65$ composants défectueux.

   La probabilité que le composant défectueux proviennent de l'usine A est $\dfrac{27}{65}$.

3. Dans l'usine A, $5,4\%$ des composants sont défectueux.

   Dans l'usine B :
   $\dfrac{38}{38+462} = 0,076 = 7,6\% > 7\%$.
   Le contrôle n'est donc pas satisfaisant.

Exercice 2

1. On obtient les étapes suivantes : $2 \to -4 \to 9$.

   En choisissant 2 au départ avec le programme A on obtient bien 9.

2. Soit x le nombre choisi.

   On obtient les étapes suivantes : $x \to x-7 \to 3(x-7)$.

   On veut donc résoudre l'équation $3(x-7)=9$

   Soit $x-7=3$ et donc $x=10$.

   On doit, par conséquent, choisir 10 au départ avec le programme B pour obtenir 9.

3. Soit x le nombre choisi.

   On obtient les étapes suivantes avec le programme A : $x \to -2x \to -2x+13$

   On veut donc résoudre l'équation $-2x+13=3(x-7)$

   Soit $-2x+13=3x-21$

   D'où $34=5x$

   Finalement $x=\dfrac{34}{5}=6,8$

   En prenant $6,8$ au départ des deux programmes on obtient le même résultat $(-0,6)$.

Exercice 3

Figure 1

$BC = 6$ et $AC = 12$
Dans le triangle ABC rectangle en B on applique le théorème de Pythagore :
$AC^2 = BC^2 + AB^2$
Soit $144 = 36 + AB^2$
Donc $108 = AB^2$
Et $AB = \sqrt{108} \approx 10,4$ cm

Figure 2

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a : $\sin\widehat{BCA} = \dfrac{AB}{BC}$
Donc $\sin 53 = \dfrac{AB}{36}$
Par conséquent $AB = 36 \sin 53 \approx 28,8$ cm

Figure 3

Le périmètre d'un cercle de diamètre D vaut πD
Donc $\pi AB = 154$.
Par conséquent $AB = \dfrac{154}{\pi} \approx 49,0$ cm

Exercice 4

1. $54 \times \left(1 - \dfrac{30}{100}\right) = 54 \times 0,7 = 37,8$.

   Après la réduction, l'article coûte 37,8 €.

2. **a.** Il a pu saisir $= B1 * 0,3$.

   b. Il a pu saisir $= B1 - B2$ ou $= B1 * 0,7$.

   c. Soit P le prix initial.
   On veut résoudre l'équation $0,7P = 42$.
   Donc $P = \dfrac{42}{0,7} = 60$.
   Le prix initial était de 60 €.

Exercice 5

1. Calcul de l'aire du triangle PAS : $\mathscr{A} = \dfrac{PA \times AS}{2} = \dfrac{30 \times 18}{2} = 270 \text{ m}^2$.

   $\dfrac{270}{140} \approx 1,9$.
   La commune doit donc acheter 2 sacs ce qui reviendra à $2 \times 13,90 = 27,8$ €.

2. Dans les triangles PAS et PRC :

   - A et S appartiennent respectivement à $[PR]$ et $[PC]$;
   - (AS) et (RC) sont perpendiculaires à (PR); elles sont donc parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a :
   $\dfrac{PA}{PR} = \dfrac{PS}{PC} = \dfrac{AS}{RC}$
   Soit $\dfrac{30}{30+10} = \dfrac{18}{RC}$
   Donc $RC = \dfrac{40 \times 18}{30} = 24$

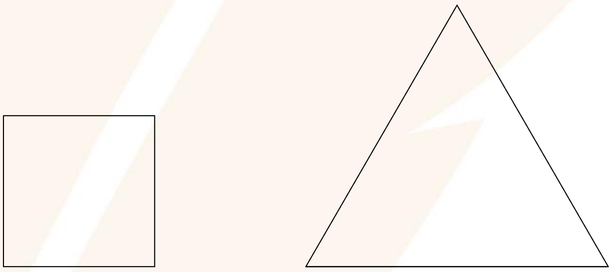
   L'aire du triangle PRC est donc : $\mathscr{A}_2 = \dfrac{PR \times RC}{2} = \dfrac{40 \times 24}{2} = 480 \text{ m}^2$.

   L'aire du "skatepark" est alors : $\mathscr{A}_3 = 480 - 270 = 210 \text{ m}^2$.

Exercice 6

Partie 1

1. Le morceau n°1 mesure 8 cm donc le morceau n°2 mesure 12 cm.
   Un côté du carré mesure donc $\frac{8}{4} = 2$ cm.
   Un côté du triangle équilatéral mesure donc $\frac{12}{3} = 4$ cm.



2. L'aire du carré est donc $2^2 = 4$ cm^2.
3. La base du triangle mesure 4 cm et sa hauteur mesure environ $3,5$ cm.
   L'aire du triangle vaut environ $\frac{4 \times 3,5}{2} = 7$ cm^2.

Partie 2

1. On appelle x la longueur du "morceau n°1".
   Le côté du carré obtenu mesure donc $\frac{x}{4}$ cm.
   L'aire du carré est alors $\left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$ cm^2.
2. **a.** Si la longueur du "morceau n°1" vaut environ 3 cm alors l'aire du triangle équilatéral vaut 14 cm^2.
   b. On recherche l'abscisse du point d'intersection des deux courbes.
   Il semblerait que ce soit environ $9,5$ cm.

Exercice 7

Longueur intérieur du carré de base : $9 - 2 \times 0,2 = 8,6$ cm.
Hauteur intérieure : $21,7 - 1,7 = 20$ cm.
Volume intérieur du vase : $8,6^2 \times 20 = 1\,479{,}2$ cm^3.
Volume d'une bille : $\dfrac{4\pi \times 0,9^3}{3}$ cm^3
Volume des 150 billes : $\dfrac{150 \times 4\pi \times 0,9^3}{3} = 145,8\pi$ cm^3.
1 L $= 1$ dm^3 $= 1\,000$ cm^3
Volume des 150 billes et d'un litre d'eau : $1\,000 + 145,8\pi \approx 1\,458{,}04$ cm^3.
Ce volume est inférieur au volume intérieur du vase.
Il peut donc ajouter un litre d'eau colorée sans risque de débordement.