

Écritures littérales

I Introduction

Définition :

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par une lettre.

Exemple : $A = x^2 + 7x + 4$ est expression littérale.

$$\begin{aligned}\text{Pour } x = 3 : \quad A &= 3^2 + 7 \times 3 + 4 \\ A &= 9 + 21 + 4 \\ A &= 34\end{aligned}$$

II Développer une expression littérale

Définition :

Développer un produit, c'est l'écrire sous forme d'une somme algébrique.

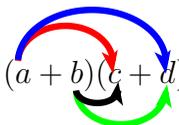
Propriétés :

Soient k, a, b, c et d des nombres relatifs :

⇒ distributivité simple : $k(a + b) = ka + kb$;



⇒ distributivité double : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.



Exemple :

Développer puis réduire l'expression suivante avec la double distributivité :

$$E = (x - 2)(5x - 3)$$

⇒ On développe sans oublier la règle des signes...

$$E = x \times 5x - x \times 3 - 2 \times 5x + 2 \times 3$$

⇒ On effectue les multiplications...

$$E = 5x^2 - 3x - 10x + 6$$

⇒ On réduit l'expression.

$$E = 5x^2 - 13x + 6$$

III Identités remarquables

Propriétés :

Soient a , et b deux nombres relatifs :

$$\text{IR1 :} \quad \Rightarrow (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{IR2 :} \quad \Rightarrow (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{IR2 :} \quad \Rightarrow (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples :

\Rightarrow IR1 :

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}101^2 &= (100 + 1)^2 \\ &= 100^2 + 200 + 1 \\ &= 10000 + 200 + 1 \\ &= 10201\end{aligned}$$

\Rightarrow IR2 :

$$\begin{aligned}(3x - 4)^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}99^2 &= (100 - 1)^2 \\ &= 100^2 - 200 + 1 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801\end{aligned}$$

\Rightarrow IR3 :

$$\begin{aligned}(5x + 3)(5x - 3) &= (5x)^2 - 3^2 \\ &= 25x^2 - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}101 \times 99 &= (100 + 1)(100 - 1) \\ &= 100^2 - 1^2 \\ &= 10000 - 1 \\ &= 9999\end{aligned}$$

IV Factoriser une expression littérale

Définition :

Factoriser une somme algébrique, c'est l'écrire sous la forme d'un produit de facteurs.

IV.1 Avec un facteur commun

Règle :

k, a et b désignent des nombres relatifs.

$$\underbrace{ka + kb}_{\text{somme}} = \underbrace{k(a + b)}_{\text{produit}} \qquad \underbrace{ka - kb}_{\text{différence}} = \underbrace{k(a - b)}_{\text{produit}}$$

Exemples : Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 3x - 3y$$

$$A = \mathbf{3} \times x - \mathbf{3} \times y$$

3 est le facteur commun,
on met 3 en facteur.

$$A = 3(x - y)$$

$$B = (x + 2)(x - 4) + 3(x - 4)$$

$$B = (x + 2) \times \underline{(x - 4)} + 3 \times \underline{(x - 4)}$$

$(x - 4)$ est le facteur commun,
on met $(x - 4)$ en facteur.

$$B = \underline{(x - 4)} \times [(x + 2) + 3]$$

$$B = (x - 4)(x + 5)$$

IV.2 Avec les identités remarquables

Règle :

a et b désignent des nombres relatifs.

$$\text{IR1 :} \quad \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\text{IR1 :} \quad \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{IR1 :} \quad \Leftrightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemples : *Factoriser les expressions suivantes* :

$$C = 4x^2 - 25$$

$$C = (2x)^2 - 5^2$$

c'est la forme $a^2 - b^2$ avec
 $a = 2x$ et $b = 5$.

$$C = (2x - 5)(2x + 5)$$

$$D = x^2 + 6x + 9$$

$$D = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

c'est la forme $a^2 + 2ab + b^2$ avec
 $a = x$ et $b = 3$.

$$D = (x + 3)^2$$

$$E = x^2 - 14x + 49$$

$$E = x^2 - 2 \times x \times 7 + 7^2$$

c'est la forme $a^2 - 2ab + b^2$ avec
 $a = x$ et $b = 7$.

$$E = (x - 7)^2$$