

Proportionnalité

I Proportionnalité et produit en croix

Définition :

un tableau est un **tableau de proportionnalité** lorsque tous les nombres d'une ligne s'obtiennent en multipliant tous ceux de l'autre ligne par un **même nombre**. Ce dernier nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples :

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

En effet, $\frac{2,4}{6} = \frac{36}{90} = \frac{1,8}{4,5} = 0,4$.

Donc, pour passer de la 1^{re} ligne à la 2^e, il faut multiplier par 0,4.

Ainsi, le coefficient de proportionnalité est 0,4.

| | | |
|-----|----|-----|
| 6 | 90 | 4,5 |
| 2,4 | 36 | 1,8 |

→ ×0,4

Le tableau ci-contre n'est pas un tableau de proportionnalité.

En effet, $\frac{3}{1} \neq \frac{10}{5}$.

| | |
|---|----|
| 1 | 5 |
| 3 | 10 |

Propriété :

Dans un tableau de proportionnalité, il y a égalité des produits en croix.

Si

| | |
|-----|-----|
| a | c |
| b | d |

 est un tableau de proportionnalité, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donc $a \times d = b \times c$.

Application : Calcul de la quatrième proportionnelle

Pour calculer le nombre x tel que le tableau

| | |
|------|-----|
| 2 | 3 |
| 17 | x |

 soit un tableau de proportionnalité, on effectue le produit en croix :

$$2 \times x = 17 \times 3, \text{ donc } x = \frac{17 \times 3}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

II Représentations graphiques

Propriété :

Toute situation de proportionnalité se représente graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.

Propriété : réciproque

Tout graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère, représente une situation de proportionnalité.

Exemples :

a) Situation de proportionnalité :

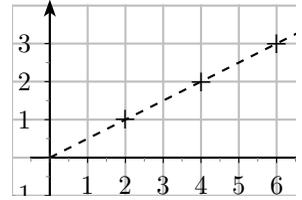
On donne le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 4 | 6 |
| 1 | 2 | 3 |

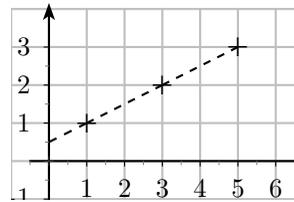
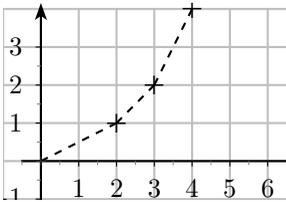
En plaçant sur un graphique les points de coordonnées : (1; 2) (2; 4) et (3; 6), on constate qu'ils sont alignés avec l'origine.

C'est donc une situation de proportionnalité.

(En effet, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = 0,5$, donc c'est un tableau de proportionnalité.)



b) Situations qui ne sont pas de proportionnalité :



III Vitesse moyenne

Définition :

La vitesse moyenne d'un mouvement est le quotient de la distance parcourue par la durée du mouvement.

$$\text{vitesse moyenne} \longrightarrow v = \frac{d}{t}$$

\longleftarrow distance
 \longleftarrow temps

Exemple :

Une voiture parcourt 210 km en 3 h.

Sa **vitesse moyenne** est donc : $v = \frac{210 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 70 \text{ km/h}$ 70 km/h se lit : « 70 kilomètres **par** heure »

Si, à la **même allure**, cette voiture roule 3 h et demi.

Quelle distance aura-t-elle parcouru ?

Soit d cette distance.

On peut représenter cette situation de proportionnalité par un tableau :

| | | |
|----------------------------|----|-----|
| Distance parcourue en km | 70 | d |
| Durée du parcours en heure | 1 | 3,5 |

La quatrième proportionnelle donne le résultat :

$$70 \times 3,5 = 1 \times d, \text{ donc } d = 70 \times 3,5 = 245$$

Elle aura donc parcouru 245 km en 3 h et demi.