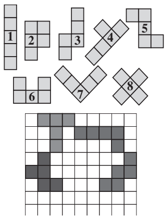
1/4 de finales Individuels 2022

DEBUT TOUTES CATEGORIES

1 - L'ENCLOS (coefficient 1)

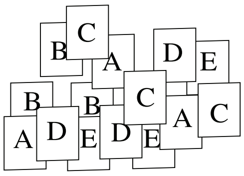


Mathilde veut construire un enclos avec une série de pentaminos. Elle en a déjà posé quatre sur un quadrillage. Les pièces doivent se superposer avec des carrés vides du quadrillage, toujours se toucher par un sommet, mais pas par un côté et il doit rester une surface fermée à l'intérieur. Mathilde aimerait terminer le circuit avec une seule pièce parmi les pièces numérotées de 1 à 8. **Quelle pièce permet de terminer l'enclos de sorte que la surface intérieure soit la plus grande possible ?** Les pièces peuvent être tournées et retournées.

2 - LA TIRELIRE (coefficient 2)

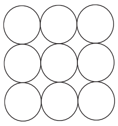
Dans sa tirelire, Mathilde a 10 pièces de 2 euros et 15 pièces de 1 euro. Elle décide d'acheter un jeu qui coûte 17 euros.
De combien de façons différentes peut-elle payer le jeu avec des pièces de sa tirelire ?

3 - JEU DE CARTES (coefficient 3)



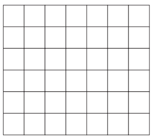
Aline joue à un jeu où il faut éliminer trois cartes qui portent la même lettre en même temps, sans soulever d'autres cartes.
Dans quel ordre pourrait-elle éliminer ce paquet de cartes ?

4 - LES GOMMETTES (coefficient 4)



Mathias possède 5 gommettes rouges et 4 gommettes bleues, toutes rondes et exactement de la taille des disques du dessin. Il doit coller précisément chaque gommette sur un disque blanc de telle sorte que :
- aucune gommette bleue ne touche une autre gommette bleue ;
- chaque gommette rouge touche au moins une autre gommette rouge. **Combien de gommettes rouges ne toucheront aucune gommette bleue ?**

5. LA GRILLE (coefficient 5)

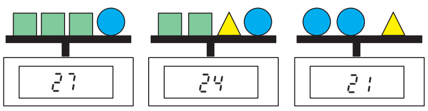


Dans cette grille de 42 cases, on veut colorier des cases de telle sorte que deux cases coloriées ne se touchent ni par un côté ni par un sommet.
Combien de cases pourra-t-on colorier, au maximum ?

FIN CE

6 - LES PIERRES DE JOE (coefficient 6)

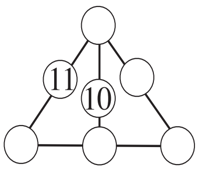
Joe Aillé fabrique des bijoux.
Il pèse des pierres précieuses. Deux pierres ayant la même forme ont le même poids.



Les trois balances indiquent respectivement 27 g, 24 g et 21 g.
Quelle est la masse en grammes de chaque sorte de pierre ?

7 - LE TRIANGLE DE L'ANNEE (coefficient 7)

Les sept disques de ce triangle doivent contenir les nombres de 5 à 11 de telle sorte que la somme des nombres de chaque alignement de trois nombres soit toujours égale à 22. Les nombres 10 et 11 sont déjà placés.
A vous de placer les autres.



8 - LE CADENAS (coefficient 8)

Alex possède un cadenas dont le code de 4 chiffres, noté ABCD, est tel que :
- A est le double de B ;
- la somme de B et C est égale à 13 ;
- la somme de A et B est égale à la somme de C et D.

Quel est le code de ce cadenas ?

FIN CM

<u>Problèmes 9 à 18</u> : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9 - NOMBRE ET CARRE RETOURNABLES (coefficient 9)

Le nombre 2022 possède une propriété remarquable : lorsqu'on élève son « retourné » au carré, on obtient le « retourné » de son carré : 2022 × 2022 = 4 088 484 et 2202 × 2202 = 4 848 804.
Mathias a trouvé un nombre plus petit que 2022, différent de son retourné, ayant la même propriété et dont la somme des chiffres est également égale à 6.
Trouvez ce nombre.

10 - DEUX ADDITIONS ET UN CAFE (coefficient 10)

Dans ces deux additions, on n'utilise que les chiffres de 1 à 6 qui sont remplacés par des lettres. Un même chiffre est toujours remplacé par la même lettre et une même lettre remplace toujours le même chiffre.

$$\begin{array}{rr} & a\,b \\ + & c \\ + & d \\ \hline = & \acute{e}\,f \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & f\,\acute{e} \\ + & b \\ + & d \\ \hline = & c\,a \end{array}$$

Si *b* = 6, que vaut *café* ?

11 - LA LOTERIE (coefficient 11)

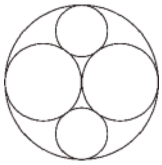
Dans une loterie, on a vendu mille tickets numérotés de 000 à 999. On tire au sort un numéro : 205, et le numéro 205 gagne le gros lot. Les cinq numéros 025, 052, 250, 502 et 520 gagnent un second lot. Enfin, tous les autres numéros ayant exactement deux chiffres différents en commun avec le numéro 205 obtiennent un lot de consolation.
Combien de numéros auront un lot de consolation ?

FIN C1

12 - QUE D'ELASTIQUES ! (coefficient 12)

Sur l'étiquette d'une boîte d'élastiques (circulaires) , il est écrit poids : *81g ; 3 dimensions différentes*.
Les trois périmètres des élastiques sont respectivement égaux à 12 cm, 20 cm et 25 cm, et les poids des élastiques sont proportionnels à leurs longueurs.
Dans la boîte, il y a le même poids total de chaque sorte d'élastiques, chaque élastique pesant moins de 1 g, mais plus de 0,3g.
Combien y a-t-il d'élastiques de 12 cm dans cette boîte sachant qu'il y a plus de 100 élastiques au total ?

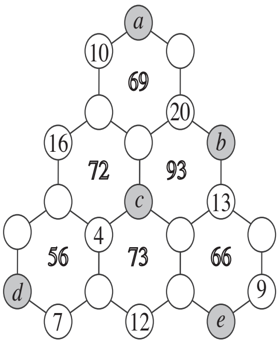
13 - LES TUYAUX (coefficient 13)



Ce conduit cylindrique contient quatre tuyaux tangents entre eux et tangents au conduit, deux gros et deux petits, comme le montre la figure. Le diamètre de chacun des deux gros tuyaux est égal à 24 centimètres. **Quel est le diamètre en centimètres de chacun des deux petits ?**

Si nécessaire, on pourra prendre 3,1416 pour π, et on donnera la réponse en cm, éventuellement arrondie au cm le plus proche.

14 - QUATORZE NOMBRES EFFACES (coefficient 14)



Sophie avait écrit les nombre de 1 à 22 dans les 22 disques de la figure, mais Adélaïde, la grande soeur énervante, en a effacé quatorze. **Retrouvez la position des nombres effacés sachant que** :

• chaque nombre écrit au centre d'un hexagone représente la somme des nombres placés aux sommets de cet hexagone ;

• deux disques directement reliés par un segment ne contiennent jamais deux entiers consécutifs.

Sur le bulletin-réponse, vous écrirez la valeur des nombres a, b, c, d et e.

FIN C2

15 - L'AGE DE DOMINIQUE (coefficient 15)

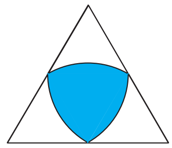
L'âge de Dominique est un nombre premier plus petit que 100. Si on lit cet âge de droite à gauche, on a encore un nombre premier (qui peut être le même). Si on additionne tous les nombres premiers strictement inférieurs à l'âge de Dominique, on obtient un nombre divisible par cet âge.

Quel est l'âge de Dominique ?

16 - IL EST GENEREUX, LAUX ! (coefficient 16)

Le Père Laux possède un terrain en forme de triangle équilatéral avec un étang central en forme de triangle curviligne. Chaque côté curviligne de l'étang joint deux milieux de côtés du triangle équilatéral et est constitué d'un sixième de cercle ayant pour centre le milieu du troisième côté du triangle.

Le Père Laux décide de donner à chacun de ses trois enfants une « pointe du terrain » (en blanc sur le dessin) et de garder seulement l'étang pour lui, car il aime par dessus tout la pêche. Le grand triangle équilatéral a un côté égal à 100 mètres.

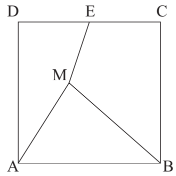


Quelle surface de terrain chaque enfant recevra-t-il ?

On donnera la réponse arrondie au m^2 le plus proche, et si nécessaire, on prendra 1,732 pour $\sqrt{3}$ et 3,1416 pour π.

FIN L1 GP

17 - PERDU DANS LA FORET (coefficient 17)

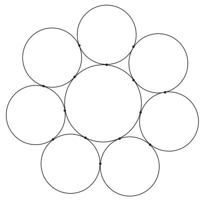


Mathias est perdu quelque part dans une forêt carrée ABCD (la figure ne reflète pas sa position exacte). Ses amis Alice, Bertrand et Eléonore sont respectivement situés En A, B et E, le point E étant le milieu du côté [DC]

Si le côté de la forêt mesure 2 km, que vaut, au minimum, la somme des distances entre Mathias et ses trois amis ?

Si des racines carrées interviennent, on effectuera les calculs en prenant 1,414 pour $\sqrt{2}$; 1,732 pour $\sqrt{3}$ et 2,236 pour $\sqrt{5}$, et on donnera la réponse arrondie au mètre le plus proche.

18 - LA ROSACE DE PAPY FRANCIS (coefficient 18)



Papy Francis aide sa petite-fille à construire une rosace. Ils ont découpé sept petits disques identiques de rayon *r* et un disque plus grand de rayon R. Ils ont ensuite collé les sept petits disques tangentiellement au grand, chaque petit disque étant tangent à ses deux voisins. Le rayon *r* est un nombre entier de millimètres et le rayon R est très proche d'un nombre entier de millimètres, la différence en valeur absolue étant inférieure à un millième de millimètre.

Sachant que *r* et R sont tous deux compris entre 100 et 200 mm, trouver la valeur de R, arrondie au mm le plus proche.

On pourra prendre 0,433884 pour $\sin(\pi/7)$.

FIN L2 HC

avec