

Statistique

TEST de démarrage

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Laquelle ?

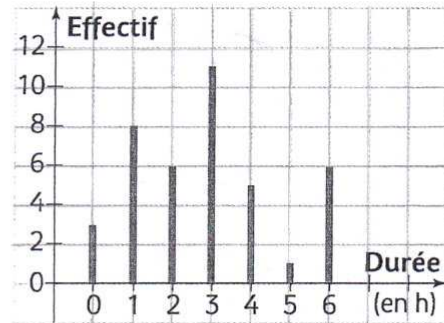
1 Comprendre un graphique

On a demandé à des élèves le nombre d'heures qu'ils consacrent chaque semaine à « chatter » sur Internet.

Le graphique ci-contre présente les résultats de cette enquête.

Pour cette enquête, on a interrogé ...

- a. 13 élèves b. 12 élèves c. 40 élèves



2 Calculer un pourcentage

Pour la situation de la question 1, le pourcentage des élèves interrogés qui passent 4 h ou plus par semaine à « chatter » est ...

- a. 30 % b. 12 % c. 2,5 %

3 Calculer la moyenne des valeurs d'une série

La moyenne de la série des nombres 4 – 8 – 12 – 15 – 16 est ...

- a. 12 b. 11 c. 10

4 Calculer une moyenne pondérée

Ce tableau indique les sommes dépensées par des personnes au cours d'une sortie.

La moyenne de ces dépenses est ...

- a. 10 € b. 12 € c. 12,5 €

Dépense en €	0	5	10	15	20
Effectif	3	5	2	9	6

5 Calculer un pourcentage après regroupement

La classe de 3^eA compte 20 élèves dont 40 % de filles.

La classe de 3^eB compte 30 élèves dont 60 % de filles.

Si l'on réunit ces deux classes, le pourcentage de filles est alors de ...

- a. 52 % b. 50 % c. 26 %

Médiane et étendue d'une série statistique

1 Pratique sportive

On a demandé à des groupes d'élèves la durée, en heures, qu'ils ont consacrée au cours de la semaine à faire du sport.

Groupe 1 : 8 - 3,5 - 7 - 4 - 2,5.

Groupe 2 : 0 - 6 - 2 - 7,5 - 10 - 6,5 - 3.

Groupe 3 : 5 - 8 - 4 - 4 - 2 - 8 - 4 - 5 - 5.

a. Calculer la durée moyenne pour chaque groupe.

Que constate-t-on ?

b. Pourtant, ces groupes sont assez différents.

Pour chacun d'eux, l'ordonner par ordre croissant, puis :

- calculer son **étendue**, c'est-à-dire la différence entre la plus grande et la plus petite données ;

- déterminer sa **médiane M** (voir cadre ci-contre).

Interpréter ces résultats.

c. Pour chaque groupe, calculer le pourcentage de données :

- inférieures ou égales à M ;
- supérieures ou égales à M.

d. Jonathan affirme : « La moitié des données sont

inférieures ou égales à la médiane M et la moitié des données sont supérieures ou égales à M ».

Qu'en pensez-vous ?

Le sens des mots

Les valeurs d'une série sont rangées par ordre croissant.

La **médiane** de cette série est un nombre M tel qu'il y ait au moins la moitié des valeurs inférieures ou égales à M et au moins la moitié des valeurs supérieures ou égales à M.

C'est un peu comme la ligne médiane d'un terrain de football : elle le « coupe en deux ».



2 Activité nautique

Des enfants participent à un stage de voile de dix jours. Chaque matin, ils relèvent la vitesse du vent (en nœuds) sur le plan d'eau.

a. On étudie la série des relevés de la première semaine.

Première semaine				
Jour	M	J	V	S
Vitesse	8	12	6,5	18,1

- Calculer la vitesse moyenne du vent et l'étendue.
- Ranger la série par ordre croissant.

On note M la vitesse médiane du vent. Plusieurs valeurs de M sont possibles ; entre quelles valeurs consécutives v_1 et v_2 de la série, M est-elle comprise ? En fait, cette série comportant un nombre

pair de données, on prend, **par convention**, $M = \frac{v_1 + v_2}{2}$. Donner cette valeur de M.

b. Pour la deuxième semaine :

- calculer la vitesse moyenne du vent et l'étendue ;
- ranger la série par ordre croissant et déterminer la vitesse médiane du vent.

c. Pour les dix jours de stage, calculer la vitesse moyenne

du vent, calculer l'étendue de la série et déterminer la vitesse médiane du vent.



Deuxième semaine						
Jour	L	M	M	J	V	S
Vitesse	2,8	1,1	6,2	11	5,5	7,3

3 Mode de vie

Lors d'un recensement, on a posé la question suivante aux habitants de deux quartiers :

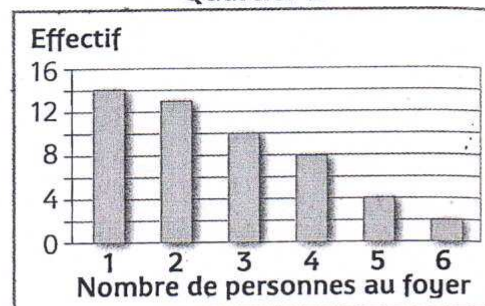
« Combien de personnes vivent dans votre foyer ? ».

Ce tableau et ce diagramme présentent les résultats.

Quartier A

Nombre de personnes dans le foyer	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	8	14	18	20	5	4	2

Quartier B



a. Pour chaque quartier :

- calculer l'effectif total et déterminer le nombre médian de personnes par foyer ;
- calculer l'arrondi au dixième du nombre moyen de personnes par foyer.

b. Interpréter ces résultats pour les deux quartiers.

4 Salaires dans une entreprise

Le tableau ci-dessous présente les salaires mensuels bruts des employés d'une entreprise.

Salaires en €	800	1 300	1 400	1 500	1 600	1 700	2 000	3 000	5 000
Effectif	1	11	7	4	3	1	2	2	1

a. Calculer le salaire moyen dans cette entreprise. Recopier et compléter : « Avec la somme totale des salaires distribués, si chacun recevait le même salaire, ».

b. Déterminer le salaire médian dans cette entreprise. Recopier et compléter : « Au moins 50 % des salariés ont un salaire supérieur ou égal à et au moins 50 % des salariés ont un salaire ».

c. Le salaire le plus bas et le salaire le plus haut ne concernent que deux personnes. Donner la médiane et la moyenne de la série obtenue en supprimant ces deux salaires extrêmes. Que constate-t-on ?

Quartiles d'une série statistique

5 En Géographie

Ces tableaux indiquent, pour les pays de l'Union européenne, le PIB par habitant (en euros) pour l'année 2006.

1. a. Pour la série formée par les pays de « l'Europe des 15 », calculer le PIB moyen (arrondi à l'euro) et l'étendue de la série, puis déterminer le PIB médian.

b. Déterminer le plus petit terme Q_1 de la série tel qu'au moins 25 % des PIB soient inférieurs ou égaux à Q_1 . On dit que Q_1 est le **premier quartile** de la série.

c. Déterminer le plus petit terme Q_3 de la série tel qu'au moins 75 % des PIB soient inférieurs ou égaux à Q_3 . On dit que Q_3 est le **troisième quartile** de la série.

d. Vérifier qu'au moins 50 % des PIB sont compris entre Q_1 et Q_3 .

2. Reprendre la question 1. pour la série formée par les douze nouveaux pays.

« Europe des 15 »	
Pays	PIB
Allemagne	26 900
Autriche	30 000
Belgique	28 200
Danemark	29 600
Espagne	24 700
Finlande	27 500
France	26 100
Grèce	23 000
Irlande	34 200
Italie	24 300
Luxembourg	65 700
Pays-Bas	30 700
Portugal	17 500
Royaume-Uni	27 700
Suède	29 300

« Les 12 nouveaux pays »	
Pays	PIB
Bulgarie	8 600
Chypre	21 600
Estonie	16 100
Hongrie	15 300
Lettonie	12 700
Lituanie	13 200
Malte	18 100
Pologne	12 300
Slovaquie	15 000
Slovénie	20 700
Rép. Tchèque	18 500
Roumanie	9 100

Source : Eurostat



Étudier une série statistique

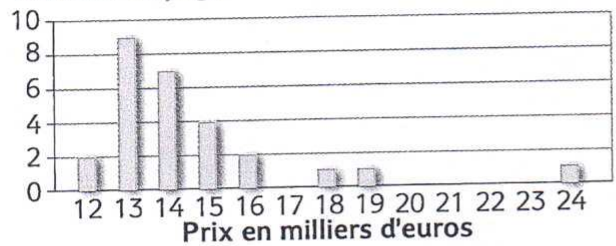
ÉNONCÉ

Ce diagramme en barres présente la répartition des prix pratiqués en 2007 par les 27 pays de l'Union européenne pour une même automobile neuve.

Pour cette série statistique :

- calculer la moyenne en euros et arrondir à la centaine d'euros ;
- déterminer la médiane en euros ;
- déterminer les premier et troisième quartiles en euros ;
- calculer l'étendue en euros.

Nombre de pays



Comparer deux séries statistiques

ÉNONCÉ

Brevet 2005

Madame A et Monsieur B sont tous les deux professeurs de Mathématiques et ont tous les deux une classe de troisième ayant 20 élèves.

Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun.

Notes attribuées par Madame A

7 - 8 - 12 - 12 - 18 - 5 - 11 - 6 - 3 - 8
5 - 18 - 9 - 20 - 6 - 16 - 6 - 18 - 7 - 15

Notes attribuées par Monsieur B

8 - 8 - 9 - 12 - 11 - 8 - 13 - 15 - 7 - 9
10 - 10 - 12 - 8 - 10 - 14 - 12 - 11 - 14 - 9

- Construire, sur un même dessin, les diagrammes en bâtons représentant les deux séries de notes (utiliser deux couleurs).
- Calculer la moyenne de chaque série.
- Déterminer la médiane de chaque série.
- Comparer ces deux classes.

Activité 2 : Activité nautique

a) Première semaine

$$m_1 = \frac{8+12+6,5+18,1}{4} = 11,15$$

$$e_1 = 18,1 - 6,5 = 11,6$$

$$6,5 - \boxed{8 - 12} - 18,1$$

$$M_1 = \frac{8+12}{2} = 10$$

b) Deuxième semaine

$$m_2 = \frac{2,8+1,1+6,2+11+5,5+7,3}{6} = 5,65$$

$$e_2 = 11 - 1,1 = 9,9$$

$$1,1 - 2,8 - \boxed{5,5 - 6,2} - 7,3 - 11$$

$$M_2 = \frac{5,5+6,2}{2} = 5,85$$

c) Globalement • $m = \frac{8+12+6,5+18,1+2,8+1,1+6,2+11+5,5+7,3}{10} = 7,85$

! m n'est pas la moyenne des moyennes.
Les 2 semaines n'ont pas le même nombre de jours.

Remarque: $m = \frac{4 \times m_1 + 6 \times m_2}{10}$

• $e = 18,1 - 1,1 = 17$

• $1,1 - 2,8 - 5,5 - 6,2 - \boxed{6,5 - 7,3} - 8 - 11 - 12 - 18,1$

$$M = \frac{6,5+7,3}{2} = 6,9$$

Activité 3 : Mode de vie

a) Quartier A

$$n_A = 8+14+18+20+5+4+2 = 71$$

$$\frac{71}{2} = 35,5. \text{ On cherche la } 36^{\text{ème}} \text{ valeur}$$

Nb de personnes	1	2	3
Effectifs	8	14	18
Effectifs cumulés	8	22	40

$$M_A = 3$$

$$m_A = \frac{233}{71} \approx 3,3$$

Quartier B

$$n_B = 14+13+10+8+4+2 = 51$$

$$\frac{51}{2} = 25,5. \text{ On cherche la } 26^{\text{ème}} \text{ valeur.}$$

Nb de personnes	1	2
Effectifs	14	13
Effectifs cumulés	14	27

$$M_B = 2$$

$$m_B = \frac{134}{51} \approx 2,6$$

b) Les foyers sont en moyenne plus importants dans le quartier A.
Dans le quartier B, il y a davantage de petits foyers : 50% au moins des foyers comptent 1 ou 2 personnes seulement.

Activité 4 : Salaires dans une entreprise

a) $m = \frac{1 \times 800 + 11 \times 1300 + \dots + 1 \times 5000}{32} = \frac{52400}{32} = 1637,5$

Si chacun recevait le même salaire, il s'éleverait à 1637,50 €.

b) L'effectif total est $n = 32$

$$\frac{32}{2} = 16. \text{ On cherche la } 16^{\text{ème}} \text{ et la } 17^{\text{ème}} \text{ valeur. } M = 1400$$

c) Si on enlève les 2 salaires extrêmes, la médiane ne change pas,
 $m' = \frac{46600}{30} \approx 1553.$

Achvité 5 : En géographie

$$1) a) m = \frac{445\,400}{15} \approx 29\,693$$

$$e = 65\,700 - 17\,500 = 48\,200$$

17 500 - 23 000 - 24 300 - 24 700 - 26 100 - 26 900 - 27 500 - 27 700 - 28 200 - 29 300 - 29 600 - 30 000

On cherche la 7^{ème} et la 8^{ème} valeur : $M = \frac{27\,500 + 27\,700}{2} = 27\,600$

$$b) \frac{1}{4} \times 15 = 3,75. \text{ On cherche la 4^{ème} valeur. } Q_1 = 24\,700$$

$$c) \frac{3}{4} \times 15 = 11,25. \text{ On cherche la 12^{ème} valeur. } Q_3 = 30\,000$$

Correction « Etudier une série statistique » p 4

SOLUTION

a. La moyenne m , en milliers d'euros, est :

$$\frac{12 \times 2 + 13 \times 9 + 14 \times 7 + 15 \times 4 + 16 \times 2 + 18 + 19 + 24}{27}$$

$$\text{Ainsi } m = \frac{392}{27} \text{ donc } m \approx 14,5.$$

La moyenne des prix pratiqués est d'environ 14 500 €.

b. L'effectif total est 27.

Or $27 = 2 \times 13 + 1$, donc la médiane est le 14^e prix.

On cumule les effectifs : $2 + 9 + 7 = 18$, donc le 14^e prix est égal à 14 000 €.

La médiane des prix pratiqués est 14 000 €.

c. • $\frac{27}{4} = 6,75$. Donc le premier quartile est le 7^e prix.

On cumule les effectifs : $2 + 9 = 11$, donc le 7^e prix est égal à 13 000 €.

Le premier quartile est $Q_1 = 13\,000$ €.

• $3 \times \frac{27}{4} = 20,25$. Donc le troisième quartile est le 21^e prix.

On cumule les effectifs : $2 + 9 + 7 + 4 = 22$, donc le 21^e prix est égal à 15 000 €.

Le troisième quartile est $Q_3 = 15\,000$ €.

d. $24\,000$ € - $12\,000$ € = $12\,000$ €.

Donc l'étendue des prix pratiqués est 12 000 €.

• Les effectifs sont lus sur le graphique ; ils correspondent aux hauteurs des barres :

$$2 - 9 - 7 - 4 - 2 - 1 - 1 - 1.$$

• On calcule la somme des produits :
« prix \times effectif »
et on divise par l'effectif total.

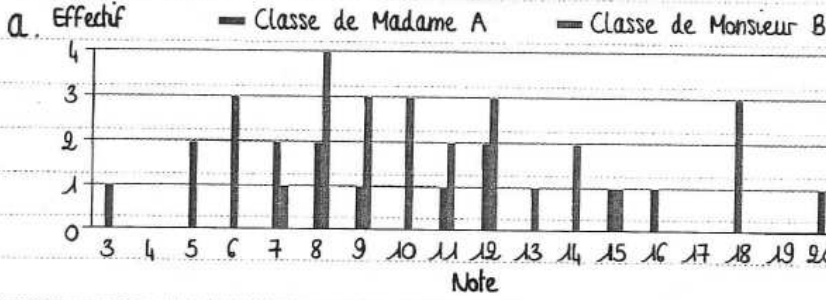
$2 + 9 = 11$ (et $11 < 14$), mais $2 + 9 + 7 = 18$ (et $18 > 14$). Donc les 12^e, 13^e, 14^e, 15^e, 16^e, 17^e, 18^e prix sont tous égaux à 14 000 €.

• $2 < 7$, mais $2 + 9 = 11$ (et $11 > 7$).
Donc les 3^e, 4^e, ..., 7^e, 8^e, ..., 11^e prix sont tous égaux à 13 000 €.

• $2 + 9 + 7 = 18$ (et $18 < 21$),
mais $2 + 9 + 7 + 4 = 22$ (et $22 > 21$).
Donc les 19^e, 20^e, 21^e, 22^e prix sont tous égaux à 15 000 €.

On soustrait le plus petit prix au plus grand prix.

SOLUTION



Indiquer la légende

Cela contribue à rendre le diagramme compréhensible et clair pour le lecteur.

b. La somme des notes de Madame A et la somme des notes de Monsieur B sont égales à 210.

$$\frac{210}{20} = 10,5 \text{ donc la moyenne de chacun des professeurs est}$$

égale à 10,5.

c. L'effectif total est 20. Donc la médiane de chaque série est la demi-somme des 10^e et 11^e notes rangées par ordre croissant.

• Madame A : on lit sur le graphique que la 10^e note est 8 et que la 11^e note est 9. Donc la médiane est la demi-somme de 8 et 9, à savoir 8,5.

• Monsieur B : on lit sur le graphique que les 10^e et 11^e notes sont 10, donc la médiane est 10.

d. Les deux classes ont la même moyenne, mais les diagrammes montrent que l'étendue des notes de Monsieur B est plus faible que l'étendue des notes de Madame A.

Le calcul des médianes indique que, dans la classe de Madame A, la moitié des élèves ont eu moins de 8,5 alors que, dans celle de Monsieur B, plus de la moitié des élèves ont eu 10 ou plus.

Utiliser le graphique

Le graphique a permis de ranger les listes de notes par ordre croissant et de visualiser l'effectif de chacune.

Le cumul des effectifs :

• pour Madame A, donne :

$$1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 10;$$

• pour Monsieur B, donne :

$$1 + 4 + 3 + 3 = 11.$$

Comparer

Pensez à utiliser les résultats des questions précédentes.