RÉGION ACADÉMIQUE
NOUVELLE-AQUITAINE

Numéro d'anonymat	

Correction

Brevet blanc du 24 Avril 2023

Epreuve de Mathématiques

Durée : 2h – Calculatrice autorisée.

Collège Henri Dunant

Ce sujet est composé de six exercices.

Les cinq exercices sont notés sur 100 points comme indiqué ci-dessous :

Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5
24 points	19 points	16 points	21 points	20 points

La présentation et la rédaction des réponses sont prises en compte dans le barème.

Votre sujet sera rendu, glissé à l'intérieur de votre copie.

Bon courage.

Exercice 01 :

Pour chacune des 8 affirmations suivantes,
dire si elle vraie ou fausse en **justifiant soigneusement la réponse**.

1) Adriana doit effectuer le calcul suivant : $\frac{-7}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{4}{7}$

Affirmation 1 : Le résultat qu'elle obtient sous forme de fraction simplifiée est : $\frac{-5}{7}$

VRAI $\frac{-7}{5} + \frac{6}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{-7}{5} + \frac{24}{35} = \frac{-49}{35} + \frac{24}{35} = \frac{-25}{35} = \frac{-5}{7}$

2) On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2(x^2 - 3) + 4$

a) Affirmation 2 : l'image de (–1) par la fonction f est (–4)

FAUX $f(-1) = 2((-1)^2 - 3) + 4 = 2(1 - 3) + 4 = 2\times(-2) + 4 = -4 + 4 = 0$

b) Affirmation 3 : 1 est un antécédent de 20 par la fonction f.

FAUX $f(1) = 2(1^2 - 3) + 4 = 2(1 - 3) + 4 = 2\times(-2) + 4 = -4 + 4 = 0$

3) Affirmation 4 : la décomposition en produit de facteurs premiers de 126 est : $2 \times 7 \times 9$

FAUX 9 n'est pas un nombre premier.

4) On considère l'expression $A = (x - 5)(x + 1)$

Affirmation 5 : l'expression A a pour forme développée réduite : $x^2 - 4x - 5$.

VRAI $A = (x - 5)(x + 1) = x^2 + x - 5x - 5 = x^2 - 4x - 5$

5) On considère un nombre entier positif n

Affirmation 6 : lorsque n est égal à 5, le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier.

FAUX $2^5 + 1 = 32 + 1 = 33$ et 33 n'est pas un nombre premier $33 = 3 \times 11$

6) Dans la cellule A2 du tableur ci-contre, on a saisi la formule :
= −5*A1*A1+2*A1−14
puis on l'a étirée vers la droite.

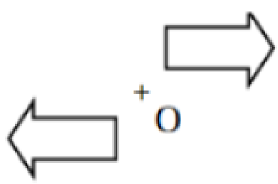
	A	B
1	−4	−3
2	−102	

Affirmation 7 : le nombre obtenu dans la cellule B2 est 25

FAUX

$B2 = -5 \times (-3) \times (-3) + 2 \times (-3) - 14 = -45 - 6 - 14 = -65$

7) Affirmation 8 : Sur cette figure on a représenté une flèche et son image par une rotation de centre O et d'angle 90°



FAUX

C'est par symétrie de centre O

C'est par rotation de centre O et d'angle 180°

Ce n'est pas perpendiculaire

Exercice 02 :

Sur l'île de Madagascar, un scientifique mène une étude sur les tortues vertes.
La tortue verte a pour nom scientifique : « Chelonia Mydas ».
La carapace mesure en moyenne 115 cm et l'animal pèse entre 80 et 130 kg.
Elle est classée comme espèce « En Danger».
Afin de surveiller la bonne santé des tortues, elles sont régulièrement pesées. Voici les données relevées par ce scientifique en mai 2021.

Lettres de marquage	A-001	A-002	A-003	A-004	A-005	A-006	A-007
Sexe de la tortue	Mâle	Femelle	Femelle	Femelle	Mâle	Femelle	Femelle
Masse (en kg)	113	96	125	87	117	104	101

Partie A :

1) Calculer l'étendue de cette série statistique.

Etendue = 125 – 87 = 38

2) Calculer la masse moyenne de ces 7 tortues. Arrondir le résultat à l'unité.

Moyenne = $\dfrac{113 + 96 + 125 + 87 + 117 + 104 + 101}{7} = \dfrac{743}{7} \approx 106$

3) Déterminer la médiane de cette série statistique. Interpréter le résultat.

87 – 96 – 101 – 104 – 113 – 117 – 125

$\dfrac{7}{2} = 3{,}5$ donc la médiane est la $4^{\text{ième}}$ valeur de la série, c'est-à-dire 104.

Au moins 50 % des tortues ont une masse inférieure ou égale à 104 kg

OU

Au moins 50 % des tortues ont une masse supérieure ou égale à 104 kg

4) Est-il vrai que les mâles représentent moins de 20% de cet échantillon ?

FAUX : il y a 2 mâles sur 7 tortues : $\dfrac{2}{7} \approx 28{,}6$ % donc il y a plus de 20 %.

Ou 20 % de 7 = 1,4 et 1,4 < 2

Partie B :

1) On note A l'événement : « Le scientifique choisi une tortue Mâle pour l'étudier. »
Calculer la probabilité de l'événement A.

$P(A) = \dfrac{2}{7}$

2) On note B l'événement : « Le scientifique choisi une tortue qui pèse au plus 110 kg pour l'étudier. »
Calculer la probabilité de l'événement B.

$P(B) = \dfrac{4}{7}$

3) Que peut-on dire des événements A et B ?

Il n'y a pas de tortues mâles qui pèsent moins de 110 kg donc les deux évènements sont incompatibles.

4) Le scientifique a-t-il plus de chance de choisir une tortue Mâle ou une tortue pesant moins de 100 kg ? **Justifier la réponse.**

Il y a 2 tortues mâles sur 7 tortues et il y a 2 tortues qui pèsent moins de 100 kg sur 7 tortues donc le scientifique a autant de chance.

Exercice 03 : Toutes les réponses doivent être justifiées.
Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco. Il souhaite fabriquer ces boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte ;
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte ;
- Toutes les truffes soient utilisées.

1) Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.

$125 = 5^3$

$175 = 5^2 \times 7$

2) Déterminer la liste des diviseurs communs à 125 et 175.

$$\left.\begin{array}{l} 125 : 1 - 5 - 25 - 125 \\ 175 : 1 - 5 - 7 - 25 - 35 - 175 \end{array}\right\} \text{pas obligatoire}$$

Les diviseurs communs à 125 et 175 sont : 1 ; 5 et 25

3) Pourra-t-il réaliser 5 boîtes ?

125 : 5 = 25

175 : 5 = 35

donc oui il pourra réaliser 5 boîtes.

4) Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser ?

Pour connaître le nombre maximal de boîtes qu'il pourra réaliser il faut trouver le PGCD de 125 et 175.

OU

Pour connaitre le nombre maximal de boîtes qu'il pourra réaliser, il faut trouver un diviseur commun à 125 et 175 et prendre le plus grand des diviseurs communs c'est-à-dire le PGCD.

PGCD(125 ; 175) = 5^2 = 25

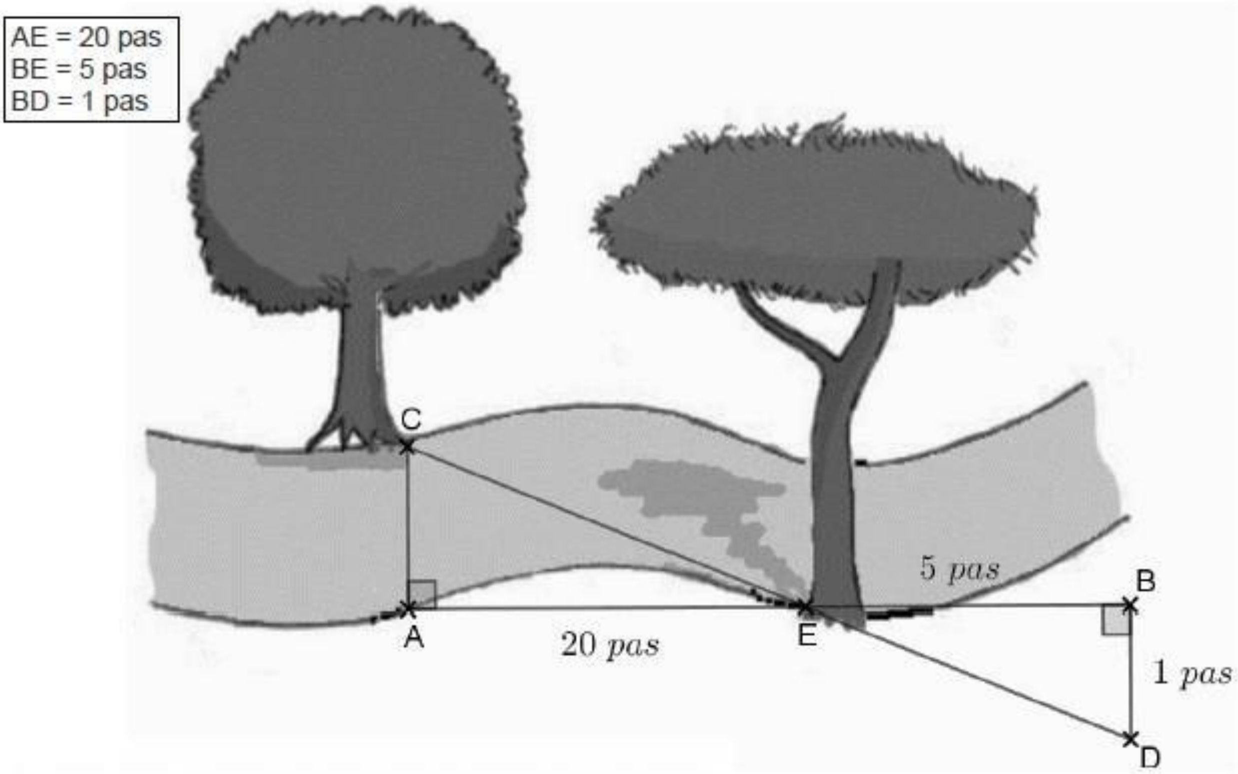
donc il pourra réaliser au maximum 25 boîtes.

5) Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte ?

125 : 25 = 5 et 175 : 25 = 7

Il y aura donc 5 truffes parfumées au café et 7 truffes enrobées de noix de coco.

Exercice 04 :
Une famille se promène au bord d'une rivière.
Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière.
Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés.
(Le schéma n'est pas à l'échelle).



1) Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

Les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la même droite (AB) donc elles sont parallèles entre elles.

2) Déterminer, en nombre de ***pas***, la largeur AC de la rivière.

Les points A, E, B sont alignés ainsi que les points C, E, D.

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{20}{5} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{1}$$

$$\frac{20}{5} = \frac{AC}{1}$$

$5 \times AC = 20 \times 1$

$AC = \frac{20}{5} = 4$ pas.

Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un ***pas*** à 65 cm.

3) Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m en arrondissant au décimètre près.

Dans le triangle ACE rectangle en E d'après le théorème de Pythagore on a :

$CE^2 = AC^2 + AE^2$

$CE^2 = 4^2 + 20^2$

$CE^2 = 16 + 400$

$CE^2 = 416$

$CE = \sqrt{416}$

$CE \approx 20,4$ pas.

$CE \approx 20,4 \times 65$

$CE \approx 1326$ cm

$CE \approx 13,3$ m

OU

AE = 20 pas = 1300 cm = 13 m

AC = 4 pas = 260 cm = 2,6 m

Dans le triangle ACE rectangle en E d'après le théorème de Pythagore on a :

$CE^2 = AC^2 + AE^2$

$CE^2 = 2,6^2 + 13^2$

$CE^2 = 6,76 + 169$

$CE^2 = 175,76$

$CE = \sqrt{175,76}$

$CE \approx 13,3$ m

OU

$CE^2 = 260^2 + 1300^2$

$CE^2 = 67600 + 1690000$

$CE^2 = 1757600$

$CE = \sqrt{1757600}$

$CE \approx 1325$ cm

$CE \approx 13,3$ m

4) a) L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E.
Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C.
Calculer la vitesse du bâton en m/s.

Le bâton parcourt environ 13,3 m en 5 secondes

$V = \frac{d}{t}$

donc $V = \frac{13,3}{5} = 2,66$

La vitesse du bâton est de 2,66 m/s

b) Est-il vrai que le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h ?

2,66 m/s = 2,66 × 3600 m/h = 9576 m/h

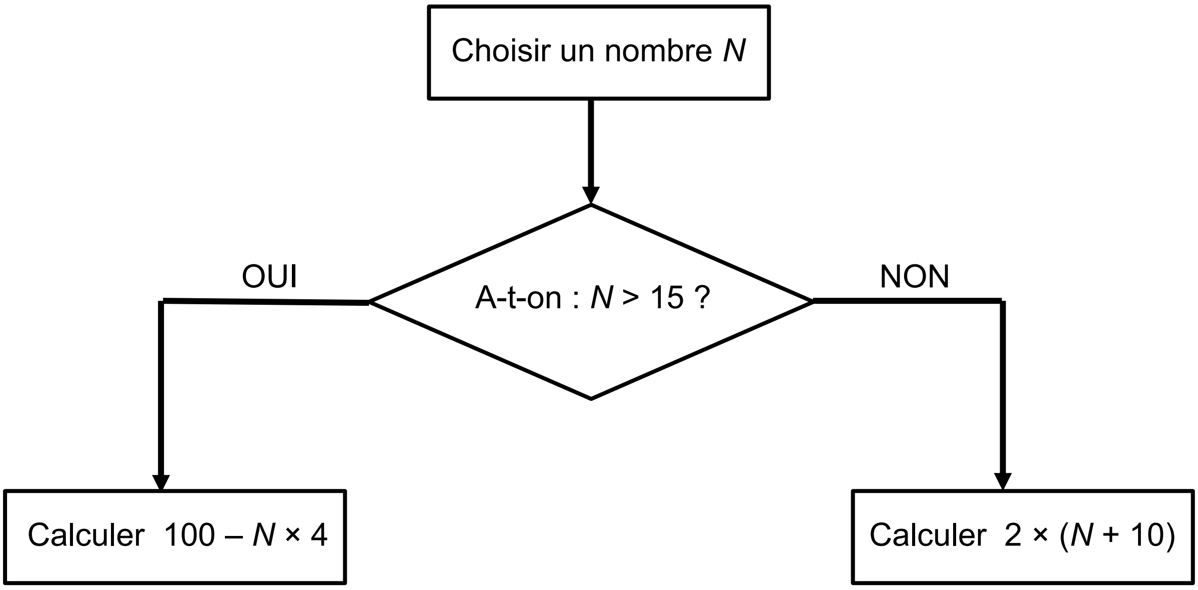
9576 m/h = 9576 : 1000 km/h = 9,576 km/h

Ou toute autre justification correcte

Donc il est vrai que le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h.

Exercice 05 :

Voici un algorithme :



1) Justifier que si on choisit le nombre N de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.

$18 > 15$ donc on calcule : $100 - 18 \times 4 = 100 - 72 = 28$

Le résultat final est bien 28 si on choisit 18 comme nombre de départ.

2) Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre N de départ ?

$14 < 15$ donc on calcule : $2 \times (14 + 10) = 2 \times 24 = 48$

On obtient 48 si on choisit 14 comme nombre de départ.

3) En appliquant cet algorithme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final.

Quels sont ces deux nombres ?

On remonte le programme de calculs

32

$100 - 32 = 68$

$68 : 4 = 17$

32

$32 : 2 = 16$

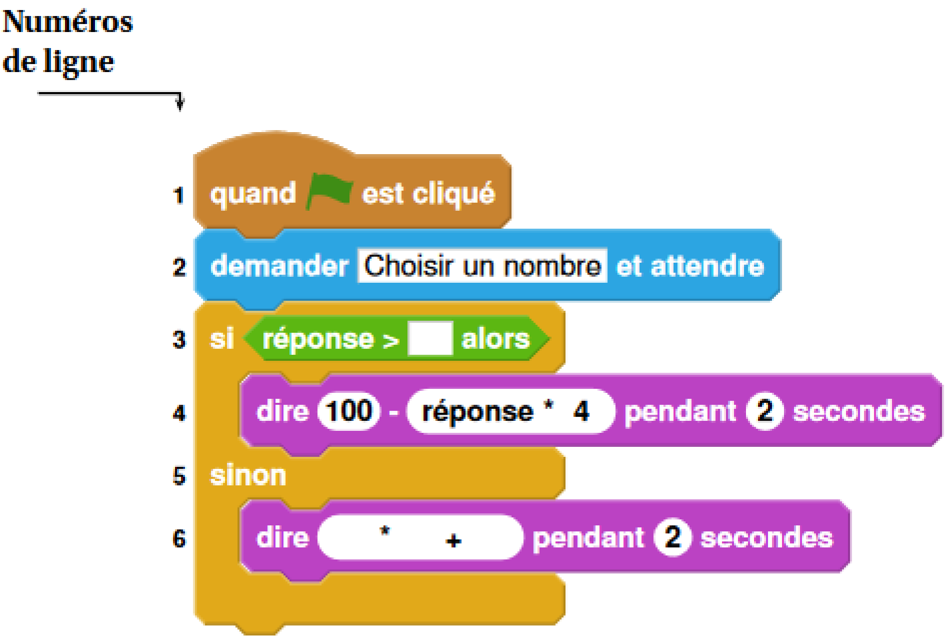
$16 - 10 = 6$

Les deux nombres qui permettent d'obtenir 32 sont 6 et 17.

Ou par essais

Ou par équation

4) On programme l'algorithme précédent :



a) Recopier la ligne 3, sur la copie, en complétant les pointillés :

ligne 3 : si réponse > 15 alors

b) Recopier la ligne 6, sur la copie, en complétant les pointillés :

ligne 6 : dire 2∗(réponse + 10) pendant 2 secondes

5) On choisit au hasard un nombre premier entre 10 et 25 comme nombre *N* de départ.
Quelle est la probabilité que l'algorithme renvoie un multiple de 4 comme résultat final ?

Les nombres premiers entre 10 et 25 sont : 11 – 13 – 17 – 19 – 23

Pour 11 on obtient : 2 × (11 + 10) = 2 × 21 = 42 qui n'est pas un multiple de 4

Pour 13 on obtient : 2 × (13 + 10) = 2 × 23 = 46 qui n'est pas un multiple de 4

Pour 17 on obtient : 100 – 17 × 4 = 100 – 68 = 32 qui est un multiple de 4

Pour 19 on obtient : 100 – 19 × 4 = 100 – 76 = 24 qui est un multiple de 4

Pour 23 on obtient : 100 – 23 × 4 = 100 – 92 = 8 qui est un multiple de 4

Il y a donc 3 nombres premiers sur 5 qui donnent un résultat multiple de 4 : la probabilité est donc égale à $\frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\ \%$