Correction du BREVET BLANC de Mathématiques du 9 Avril 2014

Exercice 1 (Brevet 2011) ***(7 points)***

Jérémy visite Londres avec ses parents.
Ils décident d'aller au « London Eye », la grande roue de Londres.
Utiliser les documents de l'ANNEXE, pour répondre aux questions.

1) Est-il vrai que le « London Eye » est plus de deux fois plus haut que la grande roue installée à Paris en août 2010 ?

Document 1 : Hauteur du « London Eye » : 135m. Hauteur de la Grande Roue à Paris : 60m. Le double de 60m étant 120m (inférieur à 135m), Le « London Eye » estplus de deux fois plus haut que la Grande Roue de Paris.

2) Combien de personnes au maximum peuvent se trouver ensemble dans le « London Eye » ?

Document 2 :Il y a 32 cabines fermées contenant chacune 25 personnes maximum.
Soit en tout $32 \times 25 = 800$ personnes maximum.

3) Une cabine du « London Eye » quitte le sol à 14h40. A quelle heure y reviendra-t-elle après avoir fait un tour ?

Document 2 : Un tour complet dure 30minutes.
14h40min + 30min = 15h10
La cabine reviendra à 15h10.

4) Pour cette question, on utilisera le graphique donné dans le document 3 de l'ANNEXE.

a) Donner une valeur approchée de la hauteur à laquelle se trouve la cabine cinq minutes après son départ du sol.

Au bout de cinq minutes, la cabine se trouve à environ 35m de hauteur.

b) Au cours des quinze premières minutes de la montée, la hauteur à laquelle se trouve la cabine est-elle proportionnelle au temps écoulé depuis son départ du sol ?

La variation de la hauteur en fonction du temps n'est pas représentée par des points alignés avec l'origine. Donc la hauteur n'est pas proportionnelle au temps.

c) Donner une estimation de la durée pendant laquelle la cabine sera à plus de 100m de hauteur par rapport au sol pendant un tour.

Pendant un tour, la cabine sera à plus de 100m de hauteur pendant un peu plus de 10 minutes.

5) Sachant que le périmètre de la roue est d'environ 421m, et que la roue tourne à une vitesse constante. Est-il exact que la cabine se déplace à moins de 1km/h ?

$$v = \frac{d}{t} = \frac{421m}{30min} = \frac{421m \times 2}{30min \times 2} = \frac{842m}{60min} = \frac{842m}{1h} = \frac{842m}{h} = 842m/h \text{ ou } 0{,}842km/h$$

Cette vitesse est bien inférieure à 1km/h.

<u>Exercice 2</u> ***<u>(3 points)</u>***

1) $\mathbf{11^2 - 9^2 = 121 - 81 = 40}$.

2) $\mathbf{101^2 - 99^2 = 10201 - 9801 = 400}$.

3) **En utilisant les identités remarquables :**

$$\boldsymbol{(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - (x^2 - 2 \times x \times x - 1^2)}$$
$$\boldsymbol{= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4x}$$

4) En déduire le résultat de $1\,000\,000\,000\,001^2 - 999\,999\,999\,999^2$

Pour $\boldsymbol{x = 1\,000\,000\,000\,000}$; on cherche à calculer $\boldsymbol{(x+1)^2 - (x-1)^2}$
D'après la question précédente, c'est égal à $\boldsymbol{4x}$
Soit $\boldsymbol{4 \times 1\,000\,000\,000\,000 = 4\,000\,000\,000\,000}$
(qu'on peut écrire en écriture scientifique : $\boldsymbol{4 \times 10^{12}}$)

<u>Exercice 3 (Brevet 2013)</u> ***<u>(4 points)</u>***

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de *x* par une fonction affine *f* et par une autre fonction *g*. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2 | $f(x)$ Σ = | =-5*C1+7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13

1) Quelle est l'image de -3 par *f* ? **L'image de -3 par *f* est 22. *f(-3)* = *22*.**

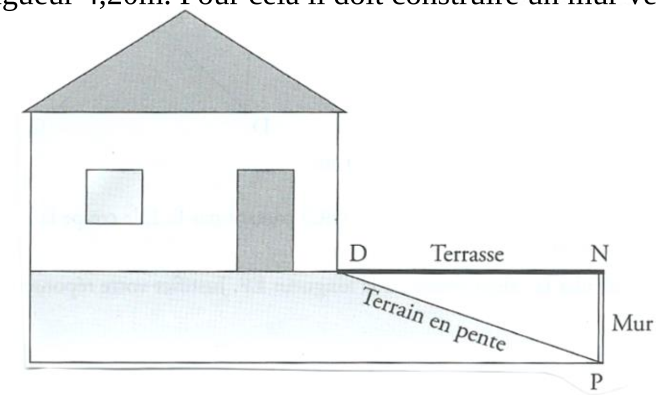
2) Calculer $f(7)$. $\boldsymbol{f(x) = -5x + 7}$ **(car la cellule encadrée contient la formule -5*C1+7)**
donc $\boldsymbol{f(7) = -5 \times 7 + 7 = -28}$. (ou bien en remarquant que le pas de la ligne 2 est 5)

3) Donner l'expression de *f(x)*.
$\boldsymbol{f(x) = -5x + 7}$ **(car la cellule encadrée contient la formule -5*C1+7)**

4) On sait que $g(x) = x^2+4$. Une formule a été saisi dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellule C3 :H3. Quelle est cette formule ?
La formule est = B1*B1 + 4 (attention, il ne faut pas oublier le signe =)

<u>Exercice 4 (Brevet 2012)</u> ***<u>(4 points)</u>***

Sur le schéma ci-dessous, Axel a fait le plan de sa maison. Il souhaite construire une terrasse.
La terrasse est représentée par le segment [DN], elle est horizontale et mesure 4mètres de longueur. Elle est construite au-dessus d'un terrain en pente qui est représenté par le segment [DP] de longueur 4,20m. Pour cela il doit construire un mur vertical représenté par le segment [NP].



1) Quelle est la hauteur du mur ? Justifier. Donner l'arrondi au cm près.

La terrasse étant horizontale et le mur vertical, l'angle $\widehat{DNP}$ est droit.

Donc DNP est un triangle rectangle en N, donc d'après le théorème de Pythagore,

$$DP^2 = DN^2 + NP^2$$
$$4,2^2 = 4^2 + PN^2$$
$$17,64 = 16 + PN^2$$
$$PN^2 = 17,64 - 16$$
$$PN^2 = 1,64$$
$$PN = \sqrt{1,64} \approx 1,28m$$

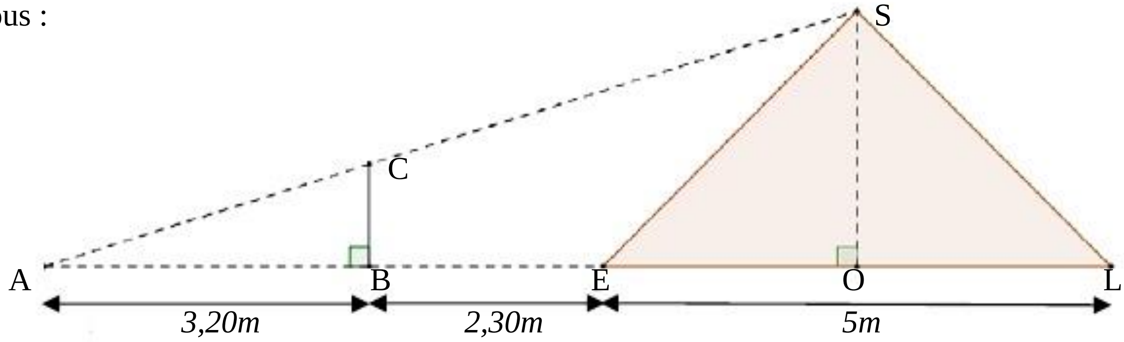
La hauteur du mur est d'environ 1,28m (arrondi au centimètre).

2) Calculer l'angle $\widehat{NDP}$ compris entre la terrasse et le terrain en pente. Donner l'arrondi au degré près.

DNP est un triangle rectangle en N

donc $cos\widehat{NDP} = \frac{DN}{DP} = \frac{4}{4,2}$ $\quad$ $donc\ \widehat{NDP} \approx 18°\ (arrondi\ au\ degré)$

Exercice 5 1) a) Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :



Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à 2,50 mètres.

Les droites (BC) et (SO) sont perpendiculaires à la droite (AO).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à lune même troisième, alors elles sont parallèles.
Donc (BC) // (SO).

Les points A, B, E et O sont alignés (car la surface est plane)
donc $AO = AB + BE + EO = 3,20 + 2,30 + 2,50 = 8m$.

les droites (SC) et (BO) sont sécantes en A. Et (BC) // (SO)
Donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{CB}{SO}$

$$\frac{AC}{AS} = \frac{3,20}{8} = \frac{1}{SO}$$

$$SO = \frac{1 \times 8}{3,20} = 2,5m.$$

b) A l'aide de la formule $V_{cône} = \frac{\pi \times rayon^2 \times hauteur}{3}$, déterminer, en m^3, le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

$$V_{cône} = \frac{\pi \times rayon^2 \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times 2,5^2 \times 2,5}{3} = \frac{15,625}{3} \pi m^3 \approx 16m^3$$ **(arrondi au m^3).**

c) Pascal se demande comment doubler le volume de ce cône. Il pense qu'il suffit de multiplier la hauteur et le rayon par 2. A-t-il raison ?

Si on multiplie la hauteur et le rayon par 2, c'est-à-dire qu'on multiplie les longueurs par 2, cela revient à faire <u>un agrandissement de coefficient 2</u>. Dans ce cas, les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$. Pascal a tort, les volumes sont multipliés par 8 et non par 2.

2) Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume $1000m^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

On cherche le rayon R minimum pour que le volume soit $1000m^3$ et la hauteur 6mètres.

R doit vérifier l'équation $\frac{\pi \times R^2 \times 6}{3} = 1000$

$$2\pi R^2 = 1000$$

$$R^2 = \frac{1000}{2\pi}$$

$$R^2 = \frac{500}{\pi}$$

$$R = \sqrt{\frac{500}{\pi}} \approx 12,6m$$

Pour qu'un cône de 1000m^3ne dépasse pas 6m de hauteur, son rayon minimum doit être d'environ 12,6m.

<u>Exercice 6</u> *<u>(6 points)</u>*

1) Voici deux affirmations :

<u>Affirmation 1</u> : Durant les soldes, si on baisse le prix d'un article de 30% puis de 20%, au final le prix de l'article a baissé de 50%. **<u>FAUX</u>**

FAUX
<u>Avec un contre-exemple</u> :
Si le prix de départ est de 100€, après une baisse de 30%, il est de 70€.
Puis en appliquant la baisse de 20% au nouveau prix,
soit 20% de 70€ c'est à dire $\frac{20}{100} \times 70€ = 14€$, le prix final est donc de $70€ - 14€ = 56€$.
Une baisse de 50% sur un prix de départ de 100€ aurait donné un prix final de 50€ et non 56€.

<u>Avec les coefficients</u> : Si on baisse le prix d'un article de 30% puis de 20%, cela revient à multiplier ce prix par 0,70 puis par 0,80. C'est-à-dire à le multiplier par $0,70 \times 0,80 = 0,56$. Ce qui revient à le baisser de 44% et non de 50%.

<u>Affirmation 2</u> : Pour carreler un sol rectangulaire de 4,2m sur 6,3m sans faire de découpe, on peut prendre des carreaux de 15cm de côté. **<u>VRAI</u>**

4,2m = 420cm et 6,3m = 630cm.
420 : 15 = 28 et 630 : 15 = 42 donc 15 est un diviseur commun à 420 et 630.
Donc des carreaux de 15cm de côté rentreront sans découpe dans la largeur et la longueur.
Il faudrait $28 \times 42 = 1176$ carreaux en tout.

2) Deux égalités sont données ci-dessous.

<u>Egalité 1</u> $\frac{\sqrt{32}}{2} = 2\sqrt{2}$

Cette égalité est VRAIE : étape de calcul : $\frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{\sqrt{16\times2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \frac{2\times2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

<u>Egalité 2</u> $2^5 \times 2^3 = 4^{15}$ **Cette égalité est FAUSSE** $2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$

Exercice 7 (Brevet 2013)

1) Chaque parpaing pèse 10kg.
Donc les 300 parpaings pèsent $300 \times 10kg = 3000kg = 3\ tonnes$
Mais le fourgon ne peut transporter que 1,7 tonne. $1{,}7\ t\ \times 2 = 3{,}4\ t$.
Il faudra donc bien effectuer deux aller-retour pour transporter les 300 parpaings.

2) La maison étant à 10km du magasin, il y a 40km à faire pour les deux aller-retour.
Il faut donc choisir le deuxième tarif de location : « 1 jour, 50k km maximum » à 55€.
Le fourgon consomme 8 litres aux 100km, soit 0,8 litres pour 10km, donc 3,2 litres pour 40km (on pouvait faire un tableau de proportionnalité).
1 litre de carburant coûte 1,50€, donc 3,2 litres coûtent : $3{,}2 \times 1{,}5€ = 4{,}8€$. (on pouvait aussi faire un tableau de proportionnalité).
Bilan : 55€ pour la location et 4,8€ de carburant, le coût total du transport est 59,8€.

3) deuxième tarif : 50km maximum autorisés pour 55€
Si la distance maximale autorisée était proportionnelle au tarif, alors $50km \times 2 = 100km$ maximum devrait coûter $55€ \times 2 = 110€$.
Mais le troisième tarif est de 61€ pour 100km maximum.
Donc les tarifs de location ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée.