

3ème

Corrigé sujet 2h

Exercice 1 :

On propose deux programmes de calcul :

Programme A – Choisir un nombre. – Ajouter 3. – Calculer le carré du résultat obtenu.	Programme B – Choisir un nombre. – Soustraire 5. – Calculer le carré du résultat obtenu.
---	--

1) a)

Programme A • 1 • $1+3=4$ • $4^2=16$	Programme B • 1 • $1-5=-4$ • $(-4)^2=16$
--	--

b) Non, on peut essayer avec, par exemple le nombre 3 :

Programme A • 3 • $3+3=6$ • $6^2=36$	Programme B • 3 • $3-5=-2$ • $(-2)^2=4$
--	---

On obtient alors deux nombres différents.

2) Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme A soit 0 ?

On choisit « x » comme nombre de départ.

- $x+3$
- $(x+3)^2=0$. Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :
- $x+3=0$.
- Donc $x=-3$. Il faut donc choisir -3 pour que le résultat du programme A soit 0.

3) On choisit « x » comme nombre de départ.

- $x-5$
- $(x-5)^2=9$. Donc $(x-5)^2-9=0$. On factorise l'expression $(x-5)^2-3^2=((x-5)-3)((x-5)+3)=(x-8)(x-2)$. on obtient donc l'équation $(x-8)(x-2)=0$
- Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :
- $x-8=0$ ou $x-2=0$.
- $x=8$ ou $x=2$. Les solutions sont 8 et 2. Il faut donc choisir les nombres 8 et 2.

Exercice 2 :

1) Construire un triangle ABC tel que : $AB = 7,5$ cm ; $BC = 10$ cm et $AC = 12,5$ cm.

Dans le triangle ABC, [AC] est le plus grand côté :

$$\begin{array}{ll} AC^2= 12,5^2 & AB^2+BC^2= 7,5^2+10^2 \\ AC^2= 156,25 & AB^2+BC^2=56,25+100 \\ & AB^2+BC^2=156,25 \end{array}$$

On constate que $AC^2=AB^2+BC^2$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, Le triangle ABC est rectangle en B.

3) a) Il se situe au milieu du segment [AC] car :

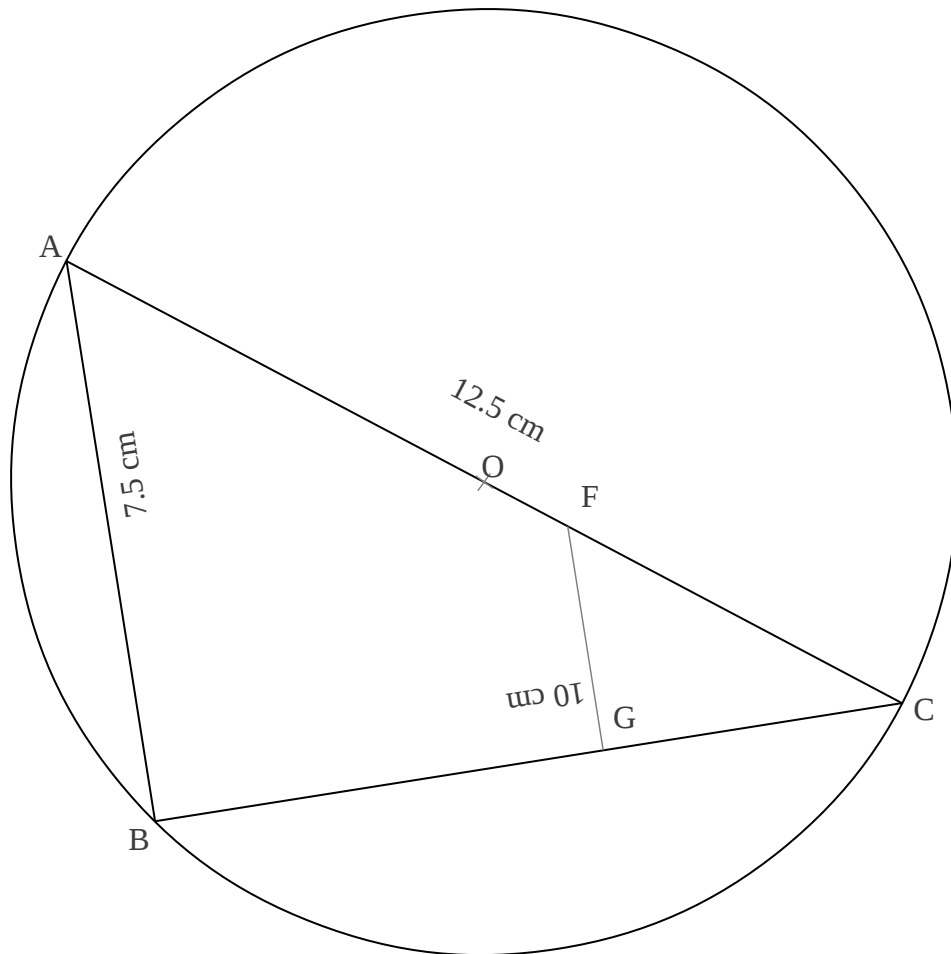
« Si un triangle est rectangle, alors son cercle circonscrit a pour centre le milieu de l'hypoténuse »

c) Le rayon vaut $\frac{12,5}{2}=6,25$ cm

5/ D'une part $\frac{CF}{CA} = \frac{5}{12,5} = 0,4$

D'autre part $\frac{CG}{CB} = \frac{4}{10} = 0,4$

Puisque $\frac{CF}{CA} = \frac{CG}{CB}$ et que les points C, F, A et C, G, B sont alignés dans le même ordre, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AB) sont parallèles.



Exercice 3 :

1°) Calculer la valeur exacte du volume du cône (C_1).

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 4^2 \times 12}{3} = 64\pi \text{ cm}^3$$

2°) a) $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{3}{12} = 0,25$

b) $V = (0,25)^3 \times 64\pi = \pi$

3°) a) $V = 64\pi - \pi = 63\pi \text{ cm}^3$

b) $63\pi \approx 198 \text{ cm}^3$

c) $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ Donc $198 \text{ cm}^3 = 0,198 \text{ L}$, donc le volume est inférieur à 0,2L

Exercice 4 :

Questions :	A	B	C	Choix
$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \dots$	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	C
Quand $x = -2$, l'expression $2x^2 - 5x + 3 =$	6	5	21	C
Un randonneur parcourt 5 km en 1h 15min. Sa vitesse moyenne est :	4 km/h	4,3 km/h	5,75 km/h	A
L'équation $(3x - 6) + (5x + 2) = 0$ a pour solution :	2 et - 0,4	0,5	6 et - 2	B
$\begin{cases} x+3y=9 \\ 2x+5y=16 \end{cases}$ La solution du système ci-dessus est le couple :	$x = 6$ et $y = 1$	$x = 12$ et $y = -1$	$x = 3$ et $y = 2$	C

Exercice 5 :

J'appelle « x » le prix d'un morceau de verre.

J'appelle « y » le prix d'un morceau de métal.

Le bijou n°1 revient à 11€ : $4x + 4y = 11$

Le bijou n°2 revient à 9,10€ : $6x + 2y = 9,10$

On obtient le système suivant $\begin{cases} 4x + 4y = 11 \\ 6x + 2y = 9,10 \end{cases}$.

$$\text{Donc } \begin{cases} 4x + 4y = 11 \times 6 \\ 6x + 2y = 9,10 \times (-4) \end{cases}$$

$$\text{Donc } \begin{cases} 24x + 24y = 66 \\ -24x - 8y = -36,4 \end{cases}$$

$$\text{Donc } 24y - 8y = 66 - 36,4$$

$$16y = 29,6$$

$$y = \frac{29,6}{16} = 1,85$$

$$\text{Donc } \begin{cases} 4x + 4y = 11 \times 2 \\ 6x + 2y = 9,10 \times (-4) \end{cases}$$

$$\text{Donc } \begin{cases} 8x + 8y = 22 \\ -24x - 8y = -36,4 \end{cases}$$

$$\text{Donc } 8x - 24x = 22 - 36,4$$

$$-16x = -14,4$$

$$x = \frac{-14,4}{-16} = 0,9$$

Le couple (0,9 ; 1,85) est solution du système. Un morceau de verre coûte 0,9€ et un morceau de métal coûte 1,85€.

$5 \times 0,9 + 3 \times 1,85 = 10,05$. Le prix du bijou n°3 est de 10,05€.

Exercice 6:

On considère l'expression $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$.

1. Développer et réduire F.

$$F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$$

$$F = 2x \times 5 - 2x \times x + 3 \times 5 - 3 \times x - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2]$$

$$F = 10x - 2x^2 + 15 - 3x - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$F = -2x^2 + 7x + 15 - 4x^2 - 12x - 9$$

$$F = -6x^2 - 5x + 6$$

2. Factoriser F.

$$F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2 = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)(2x + 3)$$

$$F = (2x + 3)[(5 - x) - (2x + 3)]$$

$$F = (2x + 3)(5 - x - 2x - 3)$$

$$F = (2x + 3)(-3x + 2)$$

3. Résoudre l'équation $(2x+3)(2-3x)=0$.

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul :

$$2x+3=0 \text{ ou } 2-3x=0$$

$$2x=-3 \quad -3x=-2$$

$$x=\frac{-3}{2}=-1,5 \quad x=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}. \text{ Les solutions sont } -1,5 \text{ et } \frac{2}{3}.$$

Exercice 7:

Rédiger les réponses à ce questionnaire :

1. **Propriété :** Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

Comme (AC) et (DE) sont perpendiculaires à (AB), (AC) et (DE) sont parallèles.

2. **a.** Calculer les longueurs BD et BE.

Les droites (AD) et (CE) sont sécantes en B. Les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{CA} \text{ donc } \frac{BD}{400} = \frac{BE}{500} = \frac{180}{300} \text{ donc } BD = \frac{400 \times 180}{300} = 240 m$$

$$BE = \frac{500 \times 180}{300} = 300 m$$

- b.** En déduire que AD=160m et CE=200m.

$$AD = AB - BD = 400 - 240 = 160 m \text{ Et } CE = BC - BE = 500 - 300 = 200 m$$

3. **a.** Je sais que le triangle ABC est rectangle en A.

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{400}{500}$$

$$\widehat{ABC} \approx 37^\circ$$

- b.** En déduire que FB = 192m et FD = 144m

Je sais que le triangle FBD est rectangle en F

$$\cos \widehat{DBF} = \frac{FB}{BD} \text{ or } \cos \widehat{DBF} = \cos \widehat{ABC} = \frac{400}{500} \text{ (d'après la question précédente.)}$$

$$\text{Donc } \frac{400}{500} = \frac{FB}{240} \text{ donc } FB = \frac{240 \times 400}{500} = 192 m.$$

Je sais que le triangle FBD est rectangle en F :

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$DB^2 = FD^2 + FB^2$$

$$240^2 = FD^2 + 192^2$$

$$57600 = FD^2 + 36864$$

$$FD^2 = 57600 - 36864$$

$$FD^2 = 20736$$

$$\text{Donc } FD = \sqrt{20736} = 144 m.$$

4. Calculer les longueurs des circuits suivants : **a.** DECAD **b.** DBFD.

Le circuit DECAD : $DE + EC + CA + AD = 180 + 200 + 300 + 160 = 840 m$

Le circuit DBFD : $DB + BF + FD = 240 + 192 + 144 = 576 m$